



**Titre:** Méthodes de suivi de l'état des machines-outils par palpage  
Title: d'artefacts.

**Auteur:** Tibet Erkan  
Author:

**Date:** 2010

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Erkan, T. (2010). Méthodes de suivi de l'état des machines-outils par palpage  
Citation: d'artefacts. [Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
<https://publications.polymtl.ca/491/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/491/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** René Mayer  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MÉTHODES DE SUIVI DE L'ÉTAT DES MACHINES-OUTILS PAR  
PALPAGE D'ARTEFACTS

TIBET ERKAN  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
DÉCEMBRE 2010

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MÉTHODES DE SUIVI DE L'ÉTAT DES MACHINES-OUTILS PAR PALPAGE  
D'ARTEFACTS

Présentée par : ERKAN, Tibet

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M.BALAZINSKI, Marek, Ph.D., président

M.MAYER, René, Ph.D., membre et directeur de recherche

M.BARON, Luc, Ph.D., membre

M.VELDHUIS, Stephen C., Ph.D., membre

## DÉDICACE

*À ma famille*

*qui a toujours cru en moi*

*et*

*À Altan*

*pour son support et sa patience infinis*

## REMERCIEMENTS

J'aimerais d'abord exprimer ma reconnaissance à mon directeur de recherche, René Mayer, pour ses idées et ses conseils précieux, son excellente supervision et sa grande disponibilité. Il m'a appris les étapes rigoureuses d'une recherche scientifique et j'ai toujours senti son support et la grande confiance qu'il m'a faite.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs Marek Balazinski et Luc Baron, professeurs à l'École Polytechnique de Montréal et Monsieur Stephen C. Veldhuis professeur à l'Université de McMaster pour avoir accepté de lire cette thèse et de participer au jury d'examen.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Mélissa Côté, pour son aide technique et pratique, son amitié et ses conseils personnels, à Guy Gironne, pour son travail précis, sa disponibilité et nos conversations amusantes pendant les essais et à François Ménard pour son aide technique dans les essais de vérification.

Je tiens également à remercier Pratt & Whitney Canada pour le soutien financier et les ingénieurs Yannick Dupont et Félix-Étienne Delorme pour leurs collaborations dans les aspects pratiques.

Je suis très reconnaissante du soutien de ma famille, mes amis, mes collègues et tous mes proches.

Finalement, mes remerciements infinis vont à mon conjoint, Altan Muftuoglu.

## RÉSUMÉ

Les machines-outils à cinq axes sont des éléments clés de fabrication qui offrent une réduction significative du nombre de montages requis en permettant non seulement le positionnement mais aussi l'orientation de l'outil par rapport à la pièce grâce à trois axes linéaires et deux axes rotatifs. Ceci permet une haute productivité pour l'usinage des pièces complexes comme celles trouvées dans l'industrie aérospatiale. Bien qu'il existe plusieurs méthodes pour la vérification de la performance des machines-outils à cinq axes, elles sont souvent au-delà de la capacité des ateliers d'usinage en termes de personnel spécialisé et de temps de mise en œuvre.

Cette thèse vise donc à développer une nouvelle méthode de vérification de l'état volumétrique d'une machine-outil à cinq axes. La méthode proposée utilise la mesure d'un nouveau design d'artefact par le palpeur de contact présent sur la plupart des machines. L'artefact proposé est constitué de billes de références. Il est reconfigurable et non-étalonné et permet une flexibilité en termes du nombre et de la position des billes. Un modèle mathématique génère les erreurs volumétriques de la machine en identifiant et séparant les erreurs de montage de l'artefact et du palpeur des données de palpation. Les erreurs de membrure sont incluses dans le modèle mathématique afin d'empêcher les erreurs de montage d'absorber indûment une véritable source d'erreur de la machine. De plus, une analyse des erreurs volumétriques sépare les erreurs des axes linéaires et des axes rotatifs en effectuant un ajustement des moindres carrés entre les centres mesurés et prédits des billes.

Une analyse d'incertitude sur la géométrie estimée de l'artefact est effectuée. La répétabilité de la routine de palpation, la stabilité de la géométrie de l'artefact et les erreurs de membrure de la machine sont incluses dans l'analyse.

Les résultats montrent que la méthode proposée est capable d'exclure les erreurs de montage des données volumétriques du palpation. La géométrie estimée de l'artefact est validée sur une MMT avec une norme maximale d'erreur de 7.4  $\mu\text{m}$ . La plus grande norme de la distorsion volumétrique restante est de 112.1  $\mu\text{m}$ . Cette erreur se compose d'une norme maximale de distorsion locale de 7.50  $\mu\text{m}$  résultant des axes linéaires et une norme maximale de relocalisation linéaire de 103.89  $\mu\text{m}$  et angulaire de 54.14  $\mu\text{rad}$  résultant des axes linéaires et rotatifs.

## ABSTRACT

Five-axis machine tools are key players in manufacturing which offer a significant reduction in the number of setups required by not only positioning but also orienting the cutting tool relative to the workpiece with three linear and two rotary axes. This allows high productivity for the machining of complex parts such as those found in the aerospace industry. Although, there are various methods to verify a five-axis machine tool's performance, they are mostly beyond the reach of the machine shops in terms of specialised personnel and implementation time.

This thesis aims to develop a new verification method of the volumetric state of a five-axis machine. The proposed method is based on the measurement of a new artefact design by the touch probe found on most machines. The proposed artefact is formed of master balls. It is reconfigurable and uncalibrated and allows flexibility in number and positions of the balls. A mathematical model generates the volumetric errors of the machine by identifying and separating the artefact and the probe setup errors from the probing data. The link errors are included in the mathematical model in order to prevent the setup errors unduly absorb a genuine machine error source. Furthermore, a volumetric error analysis separates the errors originating from the linear and the rotary axes by performing a least square adjustment between the measured and the predicted ball centres.

An uncertainty analysis on the estimated artefact geometry is performed. The probing repeatability, the stability of the artefact geometry and the link errors of the machine tool are included in the analysis.

The results show that the proposed method is capable of excluding the setup errors from the volumetric probing data. The artefact's estimated geometry is validated on a CMM with a maximum error norm of 7.4  $\mu\text{m}$ . The largest norm of the remaining volumetric distortion is 112.1  $\mu\text{m}$ . This error is composed of a maximum local distortion norm of 7.50  $\mu\text{m}$  resulting from the linear axes and a maximum norm of linear and angular relocalisation of 103.89  $\mu\text{m}$  and 54.14  $\mu\text{rad}$ , respectively, resulting from the linear and rotary axes.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	IX
LISTE DES FIGURES.....	X
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XII
LISTE DES ANNEXES.....	XIII
INTRODUCTION.....	1
Description du problème .....	1
Objectifs .....	2
Hypothèses .....	2
CHAPITRE 1. REVUE DE LITTÉRATURE .....	4
1.1 Erreur volumétrique des machines-outils.....	4
1.2 Sources d’erreur des machines-outils.....	4
1.2.1 Erreurs quasi-statique.....	5
1.2.2 Erreurs dynamiques.....	9
1.3 Instruments de mesure des erreurs .....	10
1.3.1 Conceptions d’artefact.....	12
1.4 Modélisation des erreurs .....	18
CHAPITRE 2. ORGANISATION GÉNÉRALE.....	22
CHAPITRE 3. VOLUMETRIC DISTORTION ASSESSMENT OF A FIVE-AXIS MACHINE BY PROBING A 3D RECONFIGURABLE UNCALIBRATED MASTER BALL ARTEFACT..	25
.....	25
3.1 Abstract .....	25
3.2 Introduction .....	26
3.3 Artefact design .....	28
3.4 Probing procedure .....	29



3.5	Mathematical model.....	30
3.6	Experimental results.....	36
3.6.1	Artefact geometry validation.....	36
3.6.2	Machine tool volumetric distortion.....	37
3.7	Conclusion.....	39
3.8	Acknowledgements.....	39
3.9	References.....	39
CHAPITRE 4. A CLUSTER ANALYSIS APPLIED TO VOLUMETRIC ERRORS OF FIVE- AXIS MACHINE TOOLS OBTAINED BY PROBING AN UNCALIBRATED ARTEFACT.....		53
4.1	Abstract.....	53
4.2	Introduction.....	53
4.3	An uncalibrated 3D ball artefact.....	54
4.3.1	Uncertainty budget and simultaneous calibration.....	55
4.4	Cluster analysis.....	56
4.4.1	Volumetric error analysis.....	58
4.5	Numerical validation of the volumetric error separation method.....	59
4.6	Experimental results.....	59
4.7	Conclusion.....	60
4.8	Acknowledgements.....	61
4.9	References.....	61
CHAPITRE 5. DISCUSSION GÉNÉRALE.....		67
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS.....		70
Travaux futurs.....		70
RÉFÉRENCES.....		72
ANNEXES.....		78

## LISTE DES TABLEAUX

Table 3.1 Experimental results of the BC offset and probe setup errors. ....	51
Table 3.2 Comparison of the estimated artefact geometry with the CMM results. ....	51
Table 3.3 Residuals after the least square fitting. ....	51
Table 4.1 Uncertainty of the setup errors. ....	64
Table 4.2 Simulation results for $b=30^\circ$ , $c=60^\circ$ location. ....	65
Table 4.3 Experimental results. <sup>a</sup> ....	66
Table B.1 Rotary axes positions for the relocalisation. ....	101
Table B.2 Estimated link errors. ....	101

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Représentation d'une machine-outil à cinq axes (WCAXYFZT) [3].	5
Figure 1.2 Six erreurs cinématiques articulaires d'un axe linéaire ( $X$ ).	7
Figure 1.3 Six erreurs cinématiques articulaires d'un axe rotatif ( $C$ ).	8
Figure 3.1 Artefact module sub-assembly with an adapter.	42
Figure 3.2 An artefact configuration on a five-axis horizontal machine.	43
Figure 3.3 Target contact points and the machine $x$ - $y$ - $z$ frame: (a) top view and (b) front view.	44
Figure 3.4 Nominal model of a five-axis machine with WCBXFZYT topology.	45
Figure 3.5 The non-ideal link of a master ball which is simply the sum of the nominal position and Cartesian setup errors of the master ball.	46
Figure 3.6 The rotary axes' offset and its components.	46
Figure 3.7 Rotary axes' offset effect on artefact balls in $x$ direction as a function of $B$ -axis position.	47
Figure 3.8 The effect of the BC offset $\delta_{Cx}$ estimation on the $x$ component of the probe setup error $\delta_{tx}$ .	48
Figure 3.9 Geometry definition of a four-ball artefact.	48
Figure 3.10 Machine tool volumetric distortion (1000x): (a) $xy$ plane, (b) $yz$ plane, (c) $xz$ plane and (d) 3D machine volume.	49
Figure 3.11 Machine tool volumetric distortion (10,000x) without rotary axes' offset: (a) $xy$ plane, (b) $yz$ plane, (c) $xz$ plane and (d) 3D machine volume.	50
Figure 4.1 Artefact component and a four-ball artefact.	62
Figure 4.2 Cluster fitting of the measured ball centres to the predicted ones.	63
Figure A.1 Artefact component and a four-ball artefact.	84
Figure A.2 Distance analysis on a four-ball artefact.	84
Figure A.3 Variation of $d_{12}$ .	85
Figure A.4 Variation of $d_{23}$ .	85
Figure A.5 Variation of $d_{34}$ .	86
Figure A.6 Variation of $d_{41}$ .	86
Figure A.7 Artefact locations during the tests.	87
Figure A.8 Variation of $d_{13}$ .	87
Figure A.9 Variation of $d_{24}$ .	88

Figure B.1 Artefact component and a four-ball artefact. ....	97
Figure B.2 Link and setup errors of a five-axis machine with WCBXFZYT topology.....	98
Figure B.3 Measured and predicted volumetric distortion errors using the estimated link error parameters (the estimated setup parameters are omitted from both data sets).....	99
Figure B.4 Residual volumetric distortion errors (the estimated link and setup errors are omitted). .....	100

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$d$	Distance entre deux billes d'artefact
<b>D</b>	Ajustement linéaire de moindres carrés
$e$	Résidu après l'ajustement de moindres carrés
HTM ( $T$ )	Matrice de transformation homogène
$J$	Matrice jacobien d'identification
$m$	Nombre de localisations d'artefact
MMT	Machine à mesurer tridimensionnelle
$n$	Nombre de billes d'artefact
NC	Contrôle numérique
$P$	Vecteur de translation
$P$	Position prédite d'un centre de bille
$P_a$	Position ajustée d'un centre de bille
$P_m$	Position mesurée d'un centre de bille
$R$	Matrice de rotation
<b>R</b>	Ajustement angulaire de moindres carrés
RUMBA	Reconfigurable Uncalibrated Master Balls Artefact
SVD	Décomposition en valeurs singulières
$t$	Coordonnées nominales du rubis de palpeur
$w$	Coordonnées nominales d'une bille d'artefact
$x$	Position nominale de l'axe $x$
$\Delta b$	Différence entre les positions mesurées et calculées des billes
$\delta_t$	Erreur de montage du probe
$\delta_w$	Erreur de montage de la bille d'artefact
$\delta_{Cx}$	Erreur d'entraxe
$\delta\tau$	Torseur d'erreurs volumétriques mesurées
$\delta p$	Paramètres d'erreurs
$\varepsilon$	Erreur volumétrique

**LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE A – LINEAR AXES PERFORMANCE CHECK ON A FIVE-AXIS MACHINE TOOL BY PROBING AN UNCALIBRATED ARTEFACT.....	78
ANNEXE B – LINK ERROR ESTIMATION FOR VOLUMETRIC DISTORTION ERROR PREDICTION OF A FIVE-AXIS MACHINE BY PROBING AN UNCALIBRATED ARTEFACT .....	89

## INTRODUCTION

L'exactitude, la fiabilité, la productivité élevée, le temps de cycle et le coût bas de production sont les principales motivations des innovations en technologie de fabrication d'aujourd'hui. Les machines-outils à cinq axes sont des acteurs clés en fabrication en répondant à la plupart de ces exigences. Elles offrent une réduction significative du nombre de montages exigés en positionnant et en orientant l'outil par rapport à la pièce grâce à trois axes linéaires et deux axes rotatifs. Ceci permet une haute productivité pour l'usinage des pièces complexes comme celles trouvées dans l'industrie aérospatiale. De plus, avec les méthodes d'usinage à grande vitesse, le taux d'enlèvement de matière est augmenté tout en maintenant un bon fini de surface. Cependant, les processus d'inspection deviennent de plus en plus coûteux, ce qui amène les fabricants à chercher des façons de réduire l'inspection directe sur la pièce. Ceci peut être atteint par l'inspection de la machine-outil qui est la première responsable de l'exactitude des pièces fabriquées.

### Description du problème

Diverses approches existent pour l'évaluation de performance d'une machine-outil à cinq axes. Une d'entre elles est l'approche paramétrique où les paramètres d'erreur de chaque axe sont mesurés individuellement. Bien que cette approche soit très précise, le montage et l'alignement des instruments exigent un personnel spécialisé et réduisent le temps de production. Une autre est l'approche volumétrique où les effets de tous les paramètres d'erreur sont mesurés en combinaison. L'exactitude d'une machine-outil est définie comme l'erreur maximale en translation et en rotation entre deux poses quelconques dans le volume de travail de la machine [1]. Elle est généralement associée à l'erreur volumétrique et provient des erreurs dans la structure de la machine affectant ainsi la capacité de la machine à positionner son outil par rapport à la pièce. Cet effet final des différentes sources d'erreur de la machine cause des déviations géométriques sur la pièce usinée.

Un exemple d'approche volumétrique est le palpage d'artefact sur la machine. Elle utilise le palpeur de contact présent sur la plupart des machines et a l'avantage d'évaluer rapidement les erreurs volumétriques des machines-outils. Des artefacts ont été décrits tels que des pièces standard dans la littérature. Ils ont été calibrés sur une machine à mesurer tridimensionnelle

(MMT) et mesurés ensuite sur la machine-outil pour déterminer ses erreurs volumétriques. Cependant, cette approche présente quelques limites. D'abord, il est difficile de fabriquer un artefact léger, thermiquement stable et facilement étalonnable. De plus, un artefact pré-étalonné est une pièce délicate dans un milieu de fabrication où des problèmes de manutention, de stockage et de transport peuvent se présenter. Un autre problème est son montage répétable sur la machine-outil. De plus, diverses dimensions de l'étalon sont exigées pour différentes machines ayant différents volumes de travail.

## **Objectifs**

L'objectif de cette thèse est de développer une méthode de diagnostic volumétrique d'une machine-outil à cinq axes par palpation d'artefact sphérique pour la vérification périodique. Les objectifs spécifiques sont :

- construire un artefact qui répond aux exigences du milieu de production en surmontant les inconvénients des artefacts existants;
- séparer les erreurs de montage de l'artefact et du palpeur des erreurs volumétriques de la machine;
- étudier l'effet des différentes sources d'erreur de la machine sur l'estimation des erreurs de montage de l'artefact et du palpeur;
- proposer une analyse volumétrique pour le diagnostic des sources d'erreur.

## **Hypothèses**

Les hypothèses suivantes sont prises en considération :

- stabilité de l'artefact et du palpeur : l'artefact et le palpeur sont considérés stable en termes de déflexion et de variations thermiques pendant une série de mesure. Les erreurs de montage sont modélisées comme des erreurs cartésiennes constantes. Toutefois, dans le quatrième chapitre, la stabilité de l'artefact est incluse dans l'analyse d'incertitude.
- stabilité thermique de la machine : puisqu'il n'y a aucune opération d'usinage et le palpation est effectué sur une période courte, les changements de la température de la machine et sa palette pendant un essai sont négligés.



- corps rigides : le modèle mathématique est bâti sur l'hypothèse que les axes de la machine sont considérés rigides et qu'il n'y a pas de couplage entre les paramètres d'erreur de la machine.

## CHAPITRE 1. REVUE DE LITTÉRATURE

Ce chapitre couvre la revue de littérature sur les différentes sources d'erreur, les erreurs volumétriques d'une machine multiaxes et les instruments pour les mesurer en mettant l'emphasis sur le palpation d'artefact. Il contient aussi les travaux antérieurs réalisés sur la modélisation des erreurs.

### 1.1 Erreur volumétrique des machines-outils

La performance d'une machine-outil est indiquée par sa capacité à localiser son outil par rapport à la pièce. Par conséquent, les erreurs volumétriques de machine qui sont responsables des déviations dans la trajectoire réelle de l'outil relative à la pièce sont de bons indicateurs pour évaluer la performance de machine.

Les trois axes linéaires et deux axes rotatifs de la machine peuvent être commandés simultanément afin d'ajuster de façon optimale la pose de l'outil relativement à la pièce [2]. La Figure 1.1 montre un exemple d'une machine-outil à cinq axes ayant la topologie de WCAXYFZT [3]. Les avantages de l'usinage cinq axes sont :

- taux matériels beaucoup plus élevés;
- fini de surface améliorée;
- réduction significative des temps d'usinage;
- réduction de fixtures;
- capacité de maximiser l'utilisation des géométries de couteau;
- capacité de compenser les erreurs d'orientation.

### 1.2 Sources d'erreur des machines-outils

Les erreurs volumétriques sont causées par diverses sources et catégories d'erreur. L'une d'elles, les erreurs quasi-statiques, est classifiée et présentée dans la prochaine section tandis que les erreurs dynamiques telles que les vibrations dues aux forces de coupe sont récapitulées brièvement et non considérées dans cette thèse, puisque le palpation d'artefact évalue la

performance de positionnement, plutôt que la performance de contournage, en utilisant un palpeur point à point de contact monté sur la broche à la place d'un outil de coupe.

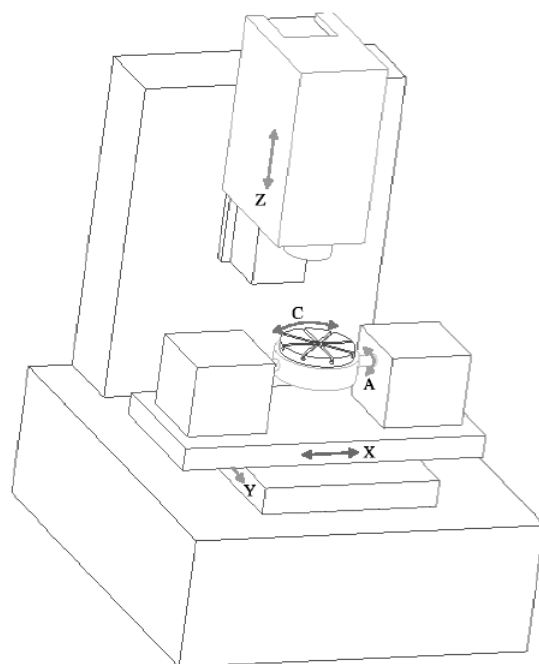


Figure 1.1 Représentation d'une machine-outil à cinq axes (WCAXYFZT) [3].

## 1.2.1 Erreurs quasi-statique

Les erreurs quasi-statiques sont les erreurs de position relative entre l'outil et la pièce qui changent lentement avec le temps [4]. Elles sont associées à la structure de la machine comme les imperfections géométriques/cinématiques dans les systèmes de guidage, la rigidité finie de la boucle structurale sous une charge statique et les expansions thermiques dans la structure de la machine-outil [5].

### 1.2.1.1 Erreurs géométriques

Les erreurs géométriques d'une machine-outil sont parmi les plus grandes sources d'inexactitude et sont définies comme la différence entre le mouvement des systèmes d'articulation réel ou actuel et idéal [6, 7]. Les erreurs géométriques sont les imperfections de la structure de base de la machine et des composants mécaniques et les inexactitudes incorporées lors de l'assemblage. Les facteurs tels que la rugosité et la rectitude de surface et la charge initiale extérieure de roulement affectent ces erreurs [7].

Les erreurs géométriques peuvent être classifiées en deux catégories : erreurs géométriques de membrure (erreurs de localisation [8]) et erreurs cinématiques articulaires (erreurs de mouvement ou erreurs de composant [8]). Les erreurs géométriques de membrure représentent l'erreur de la position et de l'orientation relative entre les articulations prismatiques ou rotatives successives de la machine qui sont dues au montage incorrect des composants structuraux [9, 10]. Elles sont constantes par l'hypothèse des corps rigides, si les effets thermiques sont négligés [11].

Pour une machine-outil à trois axes, les erreurs géométriques de membrure sont les trois erreurs de perpendicularité entre les axes linéaires. Cependant, pour une machine-outil à cinq axes, le parallélisme et la position des axes rotatifs par rapport aux axes linéaires doivent être connus. La position et l'orientation des axes rotatifs affectent considérablement l'exactitude de la machine-outil [12]. Au total, dans une machine à cinq axes, il y a huit erreurs géométriques de membrure :

- trois erreurs de perpendicularité entre les axes linéaires;
- deux erreurs d'orientation pour chaque axe rotatif;
- une erreur linéaire d'entraxe entre deux axes rotatifs.

Les erreurs cinématiques articulaires sont les mouvements imprécis d'un axe linéaire ou rotatif qui varient avec la coordonnée articulaire de l'axe auquel elles sont associées. Généralement, elles sont causées par les axes sur ou sous contraintes [13]. Les erreurs pour six degrés de liberté (trois translations, trois rotations) d'un axe linéaire et rotatif sont montrées respectivement aux Figures 1.2 et 1.3.

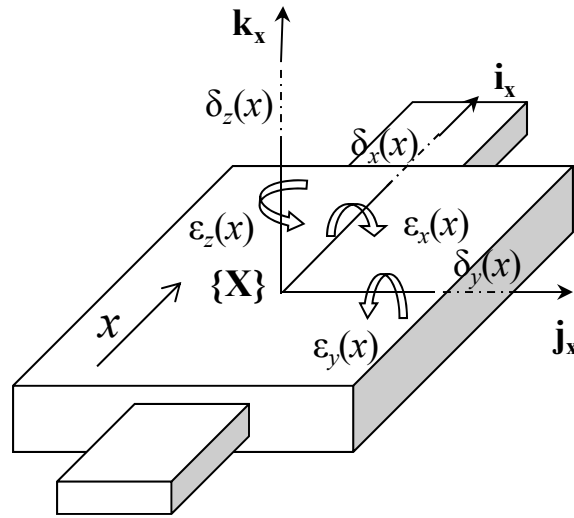


Figure 1.2 Six erreurs cinématiques articulaires d'un axe linéaire ( $X$ ).

Les erreurs présentées à la Figure 1.2 sont :

$\delta_x(x)$  : erreur d'échelle de l'axe  $X$  dans la direction  $\mathbf{i}_x$  en fonction de la coordonnée articulaire  $x$ ;

$\delta_y(x)$  : erreur de rectitude de l'axe  $X$  dans la direction  $\mathbf{j}_x$  en fonction de la coordonnée articulaire  $x$ ;

$\delta_z(x)$  : erreur de rectitude de l'axe  $X$  dans la direction  $\mathbf{k}_x$  en fonction de la coordonnée articulaire  $x$ ;

$\epsilon_x(x)$  : roulis de l'axe  $X$  autour de  $\mathbf{i}_x$  en fonction de la coordonnée articulaire  $x$ ;

$\epsilon_y(x)$  : tangage de l'axe  $X$  autour de  $\mathbf{j}_x$  en fonction de la coordonnée articulaire  $x$ ;

$\epsilon_z(x)$  : lacet de l'axe  $X$  autour de  $\mathbf{k}_x$  en fonction de la coordonnée articulaire  $x$ .

Les erreurs d'échelle sont mesurées dans la direction du mouvement et sont directement attribuables aux accouplements, vis à billes, moteurs, capteurs et aux signaux de contrôleur. Les erreurs de rectitude qui sont perpendiculaires au mouvement de l'axe sont provoquées par les défauts des surfaces des guides. Les erreurs de rotation sont amenées par une courbure de ces surfaces et quand appliquées sur une distance, elles sont couplées avec les erreurs de translation. Par exemple, un lacet ou tangage produit une erreur de rectitude [13].

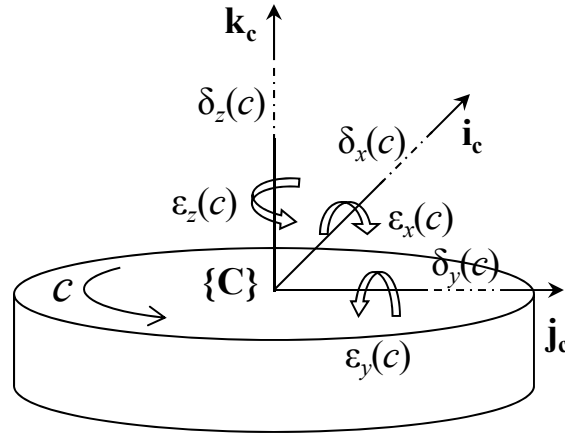


Figure 1.3 Six erreurs cinématiques articulaires d'un axe rotatif (C).

Les erreurs présentées à la Figure 1.3 sont :

$\delta_x(c)$  : erreur radiale de l'axe C selon la direction  $\mathbf{i}_c$  en fonction de la coordonnée articulaire  $c$ ;

$\delta_y(c)$  : erreur radiale de l'axe C selon la direction  $\mathbf{j}_c$  en fonction de la coordonnée articulaire  $c$ ;

$\delta_z(c)$  : erreur axiale de l'axe C selon la direction  $\mathbf{k}_c$  en fonction de la coordonnée articulaire  $c$ ;

$\epsilon_x(c)$  : erreur d'inclinaison de l'axe C autour de  $\mathbf{i}_c$  en fonction de la coordonnée articulaire  $c$ ;

$\epsilon_y(c)$  : erreur d'inclinaison de l'axe C autour de  $\mathbf{j}_c$  en fonction de la coordonnée articulaire  $c$ ;

$\epsilon_z(c)$  : erreur de positionnement angulaire de l'axe C autour de l'axe de rotation  $\mathbf{k}_c$  en fonction de la coordonnée articulaire  $c$ .

L'erreur angulaire dans la direction de la rotation est affectée par l'exactitude des accouplements, engrenages, moteurs, capteurs et de contrôleur. Le jeu d'inversion (backlash) dans les accouplements et les engrenages causent une erreur de l'angle de rotation [13]. Il faut comprendre les caractéristiques importantes de jeu d'inversion afin d'étudier l'exactitude des machines-outils. Le jeu d'inversion peut exister sur n'importe quel axe et est observable quand la direction de mouvement est renversée. La magnitude de cette erreur est habituellement indépendante de la position sur l'axe et elle peut être ajoutée au modèle d'erreur comme un paramètre constant [14]. Cependant, avec la procédure de palpée d'une sphère développée dans cette thèse, l'effet du jeu d'inversion n'est pas détectable.

Le nombre de paramètres d'erreur dépend du nombre d'axes de la machine. Par exemple, pour une machine-outil à trois axes linéaires, il y a 21 paramètres d'erreur, y compris six erreurs

cinématiques articulaires pour chaque axe et trois erreurs géométriques de membrure entre les axes. La présence d'axes rotatifs rend des machines-outils à cinq axes plus susceptibles aux erreurs puisqu'elles ont 38 paramètres d'erreur : six erreurs cinématiques articulaires pour chaque axe et huit erreurs géométriques de membrure [3, 9].

### **1.2.1.2 Erreurs thermiquement induites**

Un travail considérable a été effectué sur les erreurs thermiquement induites dans les machines-outils [4, 11, 13, 15]. Les machines-outils fonctionnent, d'habitude, dans des environnements thermiquement instables où des changements de la température ambiante ou l'utilisation d'un liquide de refroidissement sont présents. L'aspect d'erreur qui varie avec le temps se compose de cette instabilité thermique et des sources de chaleur de la machine. Les sources de chaleur internes sont les moteurs, les glissières linéaires, les roulements et les vis à billes [11]. Le problème de températures non uniformes peut être contrôlé par l'application de l'une des trois solutions suivantes [15]:

- contrôle du flux de chaleur à l'environnement de machine-outil;
- reconstruction du système de machine-outil pour réduire la sensibilité aux flux de chaleur;
- compensation par le mouvement commandé.

Les augmentations de la température et des gradients thermiques produisent des déformations significatives des composantes de la machine et en conséquence des erreurs de positionnement supplémentaires du mouvement d'outil/palpeur [6]. L'état thermique d'une machine-outil affecte les erreurs géométriques des différentes articulations de machine et est généralement difficile à évaluer [11]. L'effet des variations thermiques peut être caractérisé en mesurant le comportement géométrique/cinématique de la machine en fonction de la distribution de température [15].

### **1.2.2 Erreurs dynamiques**

Outre les erreurs quasi-statiques, le comportement dynamique de la boucle structurale affecte également la trajectoire réalisée [5]. La rigidité dynamique de tous les composants de la machine-outil est responsable des erreurs causées par les efforts de coupe [7]. Les vibrations auto induites et forcées de la structure de machine, les déflexions sous les forces d'inertie, les erreurs de contrôleur et le mouvement de la broche sont des sources qui provoquent les erreurs dynamiques

[4]. Ces dernières varient rapidement et affectent les caractéristiques locales de la pièce à fabriquer comme la rugosité de surface ou les arrondies de coins plutôt que sa précision dimensionnelle [5].

Les capteurs de force, tels que capteurs piézoélectriques ou jauges de déformation, jouent un rôle important afin de prendre en considération l'effet des erreurs induites par la force de coupe. Ces capteurs sont généralement installés dans l'assemblage de broche ou sous la tourelle d'outil [7].

### **1.3 Instruments de mesure des erreurs**

Les techniques d'évaluation de l'exactitude volumétrique d'une machine peuvent être divisées en trois groupes : l'approche paramétrique, l'approche d'étalon de référence cinématique et l'approche d'étalon de transfert [16, 17].

L'approche paramétrique vise à mesurer les erreurs de rotation et de translation de chaque axe de même que les erreurs de localisation entre les axes. L'interféromètre laser 6D est un appareil de mesure commercial capable de mesurer simultanément les six erreurs d'un axe prismatique. L'erreur de positionnement de l'outil par rapport à la pièce est alors obtenue en incluant ces déviations mesurées pour chaque axe dans un modèle cinématique. Cependant, l'alignement de l'interféromètre laser pour chaque mesure individuelle prend beaucoup de temps, l'équipement est cher et l'opérateur doit être spécialisé [5].

Lee et al. [18] ont mesuré 19 composants d'erreur (excluant les roulis) d'une fraiseuse verticale à trois axes à l'aide d'un interféromètre laser. La mesure a été effectuée trois fois pour chaque erreur à différentes températures pour détecter les erreurs thermiques.

Okafor et Ertekin [19] ont étudié les erreurs géométriques et thermiques d'une machine à trois axes en utilisant un interféromètre laser. Les erreurs de position, tangage et lacet sont mesurées pour chaque axe. Les résultats ont montrés que l'exactitude de position linéaire est la meilleure quand la machine est en état froid et se détériore avec l'augmentation du temps d'opération de la machine pour chacun des trois axes.

Dans l'approche d'étalon de référence cinématique, la broche de la machine est utilisée pour suivre un élément, tel qu'une barre-à-billes ou un disque circulaire au lieu de mesurer



individuellement les erreurs. Les erreurs volumétriques peuvent être évaluées rapidement par cette méthode [7].

La barre-à-billes a été présentée par Bryan [20] pour l'évaluation de performance d'une machine-outil. Cet appareil mesure la distance entre le centre d'une bille fixe sur la table et le centre d'une bille mobile montée sur la broche de la machine. Rapide, simple et précis, il a été appliqué par beaucoup de chercheurs aux machines-outils à trois axes [3, 5, 9, 18, 21]. L'avantage principal de la barre-à-billes est de mesurer simultanément les erreurs dynamiques telles que la désadaptation d'asservissement (servo mismatch) et le glissement saccadé (stick-slip) de deux axes de mouvement [21]. L'application de la barre-à-billes à l'axe rotatif d'une machine à cinq axes a été analysée par Zargarbashi et al. [22].

Un appareil appelé «probe-ball» qui combine l'idée fondamentale de la barre-à-billes et du palpeur de mesure à trois dimensions a été présenté par Lei et Hsu [21]. Il se compose d'un palpeur de mesure en 3D, d'une rallonge et d'une plaque de base avec une bille au-dessus et a été conçu pour mesurer les erreurs de positionnement totales d'une machine-outil à cinq axes. Son exactitude de positionnement est  $\pm 3 \mu\text{m}$ . Les résultats de mesure montrent que les axes rotatifs sont la source d'erreur principale et contribue jusqu'à 80% des erreurs de positionnement totales.

Un nouvel instrument, R-Test, a été développé par Weikert [12] pour l'évaluation rapide de l'état volumétrique d'une machine-outil à cinq axes. Il se compose de trois palpeurs analogues différentiels orthogonaux montés dans un support sur la table de la machine et d'une bille en céramique montée sur la broche qui est en contact avec les palpeurs. Le déplacement relatif de la bille causé par les erreurs géométriques de machine est converti en déplacements des palpeurs qui permettent de mesurer simultanément les déviations en  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Les incertitudes globales correspondant aux étendues de 0.5 mm et 2 mm sont respectivement  $1.7 \mu\text{m}$  et  $2.8 \mu\text{m}$ .

En utilisant cet instrument [12] et la stratégie de mesure «Chase-the-ball», Bringmann et Knapp [23] ont étalonné une machine-outil à cinq axes avec un seul montage. Ils ont développé un modèle mathématique pour identifier les erreurs de membrure et d'échelle de la machine. La stabilité du modèle a été testée par l'analyse de la décomposition en valeurs singulières (SVD) et du conditionnement. Dans cette méthode, l'excentricité (l'erreur de montage) de la bille est mesurée en tournant la broche au moins  $360^\circ$  pendant la mesure continue. Une analyse d'incertitude a été effectuée par les simulations de Monte Carlo avec lesquelles une machine

ayant toutes les erreurs géométriques a été simulée et les effets de ces dernières sur les erreurs identifiées ont été étudiés.

Zargarbashi et Mayer [24] ont développé un instrument Cap-à-Bille (CapBall) qui se compose d'une tête de détection ayant trois capteurs capacitifs montée sur la broche et d'une bille montée sur la table de machine. Il utilise l'approche de «Chase-the-ball» et mesure directement les erreurs volumétriques d'une machine-outil à cinq axes. Un modèle mathématique a été généré pour identifier les huit erreurs de membrure et prédire les erreurs volumétriques avec ces erreurs dans les positions qui n'ont pas été considérées dans la procédure d'identification. Les résultats montrent que les erreurs de membrure sont capables d'expliquer jusqu'à 84% des erreurs volumétriques.

Dans l'approche d'étalon de transfert, les erreurs d'une machine-outil sont déterminées à partir des différences entre les dimensions mesurées et connues d'un artefact. Le mouvement incorrect de chaque axe peut être déterminé à partir des données volumétriques en utilisant des modèles et des algorithmes d'évaluation. Bien que le procédé de mesure et le rassemblement de données soient généralement moins longs et moins compliqués, le traitement des données obtenues est plus complexe comparé aux méthodes paramétriques [5].

L'approche d'étalon de transfert présente quelques limites. D'abord, il est difficile de fabriquer un artefact léger, thermiquement stable et facilement étalonnable. De plus, diverses dimensions de l'étalon sont exigées pour différentes machines et des problèmes de transport et stockage peuvent se présenter [17]. En dépit de telles limites, cette méthode a l'avantage d'évaluer rapidement les erreurs volumétriques d'une machine-outil pour une brève interruption de la production et utilise le palpeur disponible sur la plupart des machines.

### **1.3.1 Conceptions d'artefact**

Les artefacts mécaniques sont des pièces étalon utilisées pour l'évaluation de performance des machines à multiaxes. Ils sont largement utilisés pour les inspections périodiques, les essais de réception et l'étalonnage des machines à mesurer tridimensionnelle (MMTs) [17, 25-30]. Leurs applications dans la compensation des machines à trois axes sont également présentes [31-34]. Sur les machines-outils, ils sont mesurés par un palpeur de contact placé dans la broche principale.

Les artefacts peuvent prendre une multiplicité de formes et peuvent être groupés selon le nombre de coordonnées spatiales associées à leurs éléments étalonnés: une, deux et trois dimensions [35]. Ils peuvent fournir les erreurs de chaque axe comme dans l'approche paramétrique, ou ils peuvent être utilisés pour rassembler les données des erreurs volumétriques. Des artefacts sont utilisés tant pour l'approche paramétrique que volumétrique.

### 1.3.1.1 Approche paramétrique

L'utilisation d'artefacts mécaniques unidimensionnels a été établie pour l'évaluation et la vérification paramétrique de la performance des MMTs. Deux exemples de ces artefacts sont le calibre étagé (step-gage) et la matrice de billes (ball array). Le calibre étagé est une barre rigide avec des éléments de longueur étalonnés qui sont utilisés pour déterminer l'exactitude des mesures de distance dans une direction.

Zhang et Zang [16] ont construit une matrice de billes 1D, un artefact simple et peu coûteux, pour l'étalonnage et l'inspection périodique d'une MMT. La matrice de billes comporte des billes équidistantes fixées sur une barre. Elle est plus simple que le calibre étagé où un parallélisme élevé est exigé entre les surfaces de mesure. Surtout, elle donne simultanément les déviations en 3D de l'erreur de positionnement de la MMT, alors que le calibre étagé donne seulement la déviation en 1D dans la direction perpendiculaire à la surface de mesure. La matrice de billes 1D est étalonnée par un interféromètre laser en mesurant les distances entre les billes. Elle peut être utilisée pour déterminer chacune des 21 erreurs géométriques de MMT et pourrait assurer l'exactitude élevée au niveau submicrométrique. Les résultats expérimentaux montrent qu'après une compensation d'erreur, l'erreur volumétrique maximale est réduite de 9  $\mu\text{m}$  à 2  $\mu\text{m}$ . Selon les auteurs, les erreurs thermiques, les erreurs de déformation provoquées par la force, l'erreur d'étalonnage de la matrice de billes et la non-répétabilité de MMT sont les sources d'erreur principales de cette méthode.

Une nouvelle technique a été développée par Ouyang et Jawahir [25] pour l'étalonnage simple d'une matrice de billes 1D en utilisant une cale étalon et une MMT. La matrice de billes a été mesurée sur la MMT en première position alignée le long de la direction de  $X$  et puis en une deuxième position, où elle est décalée le long de la direction de  $X$  par une distance  $S$  égale à la distance nominale entre les billes. En mesurant une cale étalon de longueur nominale  $S$ , la

comparaison indirecte entre la première et la deuxième position a été effectuée. Cette méthode ne dépend pas de l'exactitude de la MMT, mais de sa répétabilité. D'autres sources d'erreur sont l'alignement de la matrice de billes et les erreurs thermiques.

Lim et Burdekin [27] ont développé une barre-à-trous (hole bar) à partir d'une poutre en I de 540 millimètres. Fabriqué dans un acier à outils, il présente une bonne stabilité dimensionnelle, une bonne résistance à l'usure et une dureté de surface élevée. L'étalonnage de cet artefact a été effectué au National Physical Laboratory (NPL). En utilisant 17 positions spécifiques, les 21 erreurs géométriques d'une MMT ont été trouvées et les erreurs volumétriques ont été calculées en utilisant les équations fournies. Avec cette méthode, le temps de l'étalonnage de la MMT est de moins de deux heures, incluant le temps d'installation.

Les artefacts bidimensionnels présentent une densité élevée de points de données et les paramètres d'erreur peuvent être calculés en prenant les mesures en seulement quelques positions [36]. Cependant, le compromis entre l'information dimensionnelle supplémentaire obtenue en utilisant un tel artefact et le poids additionnel doit être soigneusement évalué pour chaque application [37]. Ces artefacts sont habituellement la plaque-à-billes (ball plate) et la plaque-à-trous (hole plate).

En utilisant une plaque-à-billes, la mesure en 3D est possible tandis que la plaque-à-trous fournit seulement les données en 2D. Cependant, l'étalonnage de la hauteur de bille de la plaque-à-billes est difficile, alors qu'on ne l'exige pas dans le cas de la plaque-à-trous. Dans la plaque-à-billes, la flexion de la plaque cause des changements de distances entre les centres de billes. Ces changements sont moins importants dans le cas d'une plaque-à-trous ou pour un type de plaque-à-billes où les billes sont placées dans le même plan que la plaque. La déflexion peut être causée par l'expansion thermique ou par d'autres forces externes telles que le poids et le bridage de la plaque. En outre, les surfaces exposées des billes sont susceptibles aux dommages pendant le transport. Quant à la plaque-à-trous, la fabrication et l'arrondi de trou, et la perpendicularité par rapport au plan de la plaque affectent l'exactitude de mesure [26].

Kunzmann et al. [36, 38] ont présenté deux artefacts (plaque-à-billes et plaque-à-trous) pour étalonner des MMTs en déterminant tous les paramètres d'erreur géométrique. La meilleure stabilité et exactitude ont été atteintes en utilisant la plaque-à-trous en Zerodur®. Toutefois, un rapport optimal de prix/performance a été obtenu avec la plaque-à-billes en acier et des sphères

en céramique. L'étalonnage de l'artefact avec le laser a été effectué dans deux directions linéaires et trois orientations qui éliminent pratiquement toutes les erreurs systématiques de l'instrument de mesure. L'incertitude de  $0.5 \mu\text{m} + 0.8 \mu\text{m/m}$  peut être obtenue avec un niveau de confiance satisfaisant.

Un artefact de plaque-à-trous a été étudié par Lee et Burdekin [26] pour mesurer des erreurs paramétriques et obtenir l'exactitude volumétrique d'une MMT. Afin de réduire l'effet thermique les plaques ont été fabriquées en titane et en céramique. Les auteurs ont effectué une analyse par éléments finis pour estimer la déflexion des plaques-à-trous dans des montages horizontaux (sur trois points d'appuis) et verticaux. Ils ont aussi pris en compte l'effet de l'arrondi de trou et les erreurs de montage de l'artefact. Six orientations de montage ont été proposées pour obtenir des erreurs paramétriques.

Agapiou et Du [39] ont comparé deux designs d'artefact pour la vérification quotidienne de la performance des MMTs. «Quikchek» est un artefact 2D ayant trois trous dans une structure triangulaire qui permet de vérifier les erreurs linéaires, les erreurs de perpendicularité et de rectitude. La vérification de répétabilité et d'exactitude prennent respectivement 25 minutes et quatre heures et demie exigeant la mesure dans trois et douze positions. «Quality Master» est un artefact 3D en forme de cylindre ayant quatre trous sur la surface du dessus et quatre autour du périmètre. La vérification de répétabilité et d'exactitude prennent respectivement 20 minutes et deux heures exigeant la mesure dans une et deux positions. Les résultats indiquent que les erreurs de MMT trouvées avec ces deux artefacts sont similaires et ces derniers peuvent être utilisés pour la vérification de la performance quotidienne des MMTs. Cependant, ils ne peuvent pas servir dans un but de certification.

### **1.3.1.2 Approche volumétrique**

Kruth et al. [40] ont développé une méthode d'auto-étalonnage pour la compensation des erreurs géométriques d'une MMT. La méthode comprend le palpéage d'une plaque-à-billes non-étalonnée dans différentes orientations. La mesure d'une longueur de référence a été proposée pour la traçabilité des résultats. Le modèle mathématique est basé sur la variation des distances entre les billes d'une orientation d'artefact à l'autre et les polynômes de Legendre ont été utilisés pour la

représentation d'erreur. La compensation d'erreur a été vérifiée en mesurant un calibre étagé. Les résultats montrent que les erreurs systématiques sont réduites à 31% de leurs valeurs initiales.

Une étude a été effectuée par Sousa et Schneider [41] afin de comparer les résultats du palpé d'un artefact et d'un interféromètre laser pour la vérification d'une machine-outil à trois axes. Une plaque-à-billes a été palpée dans le plan  $XY$  et les données ont été analysées pour trouver les erreurs de positionnement, de rectitude et de perpendicularité. Ces erreurs ont aussi été mesurées respectivement par interférométrie laser, la règle droite et l'équerre. Les résultats obtenus avec différents instruments indiquent les valeurs d'erreur et d'incertitude similaires où la non-répétabilité des erreurs est la source principale de l'incertitude.

Une structure spatiale modulaire a été développée pour l'évaluation rapide de la performance des MMTs par De Aquino Silva et Burdekin [17]. Elle est en forme de tétraèdre avec quatre sphères à chaque apex et trois tiges magnétiques et une plaque qui relie les sphères. Les matériaux des tiges et des sphères sont respectivement le composite de fibre de carbone et le chrome. La fibre de carbone a un coefficient d'expansion thermique bas, un rapport rigidité/poids élevé et elle est généralement utilisée dans les artefacts récemment développés. Son étalonnage a été effectué en étalonnant séparément la plaque-à-billes et les tiges magnétiques.

Choi et al. [32] ont proposé un artefact composé d'une matrice de huit cubes pour identifier les erreurs de palpé et de positionnement des axes d'une machine-outil à trois axes et pour les exclure afin de trouver les erreurs d'usinage. L'artefact a été étalonné sur une MMT, puis a été mesuré sur la machine-outil. Les différences entre les données de MMT et de machine-outil ont été utilisées pour produire les vecteurs d'erreur. Un modèle mathématique utilisant les polynômes a été construit pour déterminer les paramètres d'erreur comprenant le jeu d'inversion. Selon les simulations et les essais de vérification, la différence maximale entre les valeurs mesurées et prédites des erreurs de positionnement est plus petite que  $10\text{ }\mu\text{m}$ .

Bringmann et K ng [31] ont créé un artefact pseudo-3D en montant une plaque-à-billes 2D, une matrice 6x6 de sphères en oxyde d'aluminium, dans différentes positions. Ils ont cib   l'essai et l'étalonnage rapide des machines-outils, des robots et des MMTs avec trois axes linéaires. La translation et la rotation précise entre les positions ont     assurées en utilisant les montages isostatiques ayant une répétabilité élevée. Un système de palp  ge similaire à R-test [12] contenant quatre palpeurs analogues unidimensionnels a     établi afin de diminuer le temps de

mesure de manière significative. L'étalonnage de l'artefact a été effectué sur une MMT en appliquant la méthode d'inversion pour séparer les coordonnées  $x$  et  $y$  des erreurs de la MMT. La déflexion de la plaque est environ de  $9\text{ }\mu\text{m}$  tandis que la répétabilité est respectivement de  $1.2\text{ }\mu\text{m}$  et  $0.13\text{ }\mu\text{m}$  pour les cas avec et sans entretoise.

Mao et al. [34, 42] ont présenté une nouvelle méthode pour mesurer les changements différentiels de position d'une machine-outil à trois axes. Par cette méthode, la mesure directe des erreurs de positionnement sur les points d'une grille discrètes a été effectuée. Cette méthode inclut un artefact 3D composé de pyramides (trois profils planaires pour chaque pyramide) et de trois transformateurs différentiel variable linéaire (LVDT) montés sur la broche. L'artefact a été calibré avec un KGM sur un relativement nouveau centre d'usinage vertical. Les erreurs de positionnement aux points de mesure sont trouvées avec un écart de  $\pm 5\text{ }\mu\text{m}$ .

Un système d'étalonnage, «Fiducial calibration system», a été développé par Woody et al. [43] pour transférer l'exactitude d'une MMT à une machine-outil en mesurant une pièce avec des éléments de référence sur les deux machines. L'erreur totale qui contient l'erreur thermiquement induite, l'erreur de montage et l'erreur géométrique a été compensée sans déterminer individuellement les sources d'erreur. Une analyse d'incertitude a été effectuée qui prend en considération l'incertitude des données de référence (de la MMT), des données de mesure (de la machine-outil) et de l'algorithme d'ajustement.

De Aquino Silva et al. [44] ont conçu une structure spatiale, un artefact 3D constitué de sept billes, pour l'évaluation de l'erreur volumétrique et l'analyse d'incertitude d'une MMT avec une table rotative. L'artefact étant non-étalonné, il est proposé de prendre les coordonnées mesurées des centres de billes dans la première localisation de l'artefact ont été prises comme les valeurs nominales. De ces données initiales, les coordonnées nominales dans d'autres localisations ont été calculées. La table rotative a été tournée de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  à intervalle de  $15^\circ$  et sept billes de l'artefact ont été mesurées dans chaque relocalisation. La différence entre les coordonnées mesurées et calculées a été utilisée pour expliquer les erreurs volumétriques de la machine. L'incertitude 3D de mesure de longueur a été évaluée par la différence entre les distances mesurées et calculées entre les billes. Les résultats expérimentaux montrent que l'étendue des composants  $x$ ,  $y$  et  $z$  de l'erreur volumétrique est respectivement  $7.7\text{ }\mu\text{m}$ ,  $8.2\text{ }\mu\text{m}$  et  $7.6\text{ }\mu\text{m}$ .

L'étalonnage de l'artefact présenté dans [31] a été étudié par Liebrich et al. [45]. La méthode de retournement a été appliquée pour séparer certaines erreurs de MMT de la géométrie d'artefact. L'incertitude de l'étalonnage a été divisée en deux sources principales : MMT et artefact. Avec les simulations de Monte Carlo, l'effet des erreurs non-compensables de la MMT sur l'artefact et l'effet d'un retournement non-parfait ont été analysés. Des incertitudes de mesure ( $k=2$ ) de 2.1  $\mu\text{m}$  dans la direction  $x$  et  $y$  et de 1.5  $\mu\text{m}$  dans la direction  $z$  ont été trouvées.

#### 1.4 Modélisation des erreurs

Une méthode précise d'estimation d'erreur est nécessaire pour suivre l'état d'une machine et ensuite exécuter une compensation précise. La cinématique des corps rigides est une technique de modélisation courante pour la caractérisation d'erreur de machine-outil. Les matrices de transformations homogènes (HTM) sont utilisées pour représenter la translation et la rotation de chaque corps rigide par rapport au système de référence. Chaque membrure de glissière peut être considérée comme un corps rigide qui se déplace sur une articulation ayant ses propres composants d'erreur. Puisque le système entier de glissière de machine est une chaîne de membrures mobiles, la position de l'outil par rapport à la pièce peut être obtenue en multipliant des matrices de transformation d'erreur. Autrement dit, les paramètres d'erreur de chaque axe individuellement mesurés dans l'approche paramétrique sont inclus dans le modèle mathématique formé par les HTMs pour générer l'erreur volumétrique. Dans la littérature, plusieurs recherches ont employé ce modèle cinématique direct pour déterminer la performance volumétrique d'une machine multiaxes [11, 13, 18, 46-48].

Le modèle cinématique inverse utilise les données volumétriques qui sont la combinaison des différentes sources d'erreur afin d'identifier les paramètres d'erreur des axes. La procédure d'identification est basée sur le principe de redondance multiple qui propose la mesure d'une entité (barre-à-billes, artefact, etc.) dans différentes orientations de machine (mesures redondantes) pour séparer les sources d'erreur en appliquant les ajustements de moindres carrés [49].

Soons et al. [50] ont construit une méthodologie qui consiste en un modèle général, d'un modèle dépendant de type et d'un modèle individuel pour contrôler les erreurs quasi-statiques d'une machine-outil. Le modèle général lie les erreurs volumétriques aux erreurs de chaque axe de la



machine en utilisant les HTMs. Le modèle dépendant de type contient l'information d'une machine particulière telle que l'expansion thermique ou la rigidité statique. Ce modèle est combiné avec la sélection des paramètres significatifs qui représentent le comportement de la machine pour construire le modèle individuel.

Un modèle d'erreur volumétrique 3D a été construit par Jae Pahk et al. [51] pour identifier les erreurs paramétriques d'une machine-outil à trois axes à partir des indications de la barre-à-billes. Les fonctions polynômiales ont été utilisées pour modéliser les erreurs paramétriques telles que les erreurs de positionnement, la rectitude et les erreurs angulaires. Le jeu d'inversion a été caractérisé par une constante qui dépend de la direction d'approche.

Mir et al. [9] ont simulé les mesures d'une barre à double bille magnétique télescopique (TMBB) pour identifier les erreurs de membrure et de mouvement d'une machine-outil à cinq axes. Ils ont produit une matrice de sensibilité jacobienne pour déterminer les changements de position de l'outil par rapport à la pièce en fonction des changements des paramètres d'erreur de machine. Les polynômes de Tchebychev ont été employés pour représenter chaque paramètre d'erreur. En plus, une stratégie a été développée pour réduire le nombre de paramètres redondant permettant ainsi de produire une matrice de sensibilité réduite.

Kiridena et Ferreira [33] ont produit un modèle d'erreur de  $n$ ième ordre pour représenter les erreurs géométriques et cinématiques en utilisant les HTMs. Ils ont étudié l'approche de l'évaluation de paramètre en utilisant un modèle d'erreur simplifié du premier ordre. Un algorithme qui minimise le conditionnement de la matrice d'identification a été mis en œuvre. Un artefact de 27 poteaux rectangulaires attachés sur un cadre d'acier doux a été mesuré avec un palpeur capacitif ayant une répétabilité de 1  $\mu\text{m}$ . Le montage de l'artefact sur la machine est assuré par un système isostatique. Selon l'algorithme, un ensemble de 17 mesures a été pris parmi les 81 mesures possibles (le reste a été utilisé pour la vérification). Les résultats montrent une variation non-linéaire des composants d'erreur. L'évaluation d'erreur en employant l'algorithme d'optimisation donne une erreur de 1  $\mu\text{m}$ , plus petite qu'un ordre de grandeur comparée à une base non-optimisée.

Andrian [52] a développé un modèle de diagnostic et de suivi de l'état géométrique d'une machine-outil en utilisant des données acquises par le palpé par contact. Le modèle évalue et prédit la performance géométrique de la machine à trois niveaux de diagnostics soient : les

erreurs résultantes et l'état des axes de mouvement, les ensembles de paramètres géométriques d'erreur et l'effet de l'état géométrique de la machine sur la pièce qui doit être usinée par la machine. La palette de machine et un artefact spécifiquement conçu fournissent les alignements nécessaires par rapport aux axes de la machine. Une matrice de sensibilité définit la relation entre l'erreur résultante et les paramètres d'erreur. La validation expérimentale est effectuée sur une machine réduite à deux axes de mouvement horizontal.

Un modèle mathématique appliquant la méthodologie des surfaces de réponse (RSM) a été développé par De Aquino Silva et Burdekin [17] pour déterminer les paramètres d'erreur d'une MMT à partir des données d'erreur volumétrique. Les mesures sont effectuées par une structure spatiale modulaire. Un système de référence est défini par les trois sphères de la plaque de bas et la position de la sphère principale est alors calculée par rapport à ce système de référence. L'erreur volumétrique à chaque sphère de l'artefact est donnée comme suit:

$$\begin{aligned} Ex_i &= X_{mi} - X_i \\ Ey_i &= Y_{mi} - Y_i \\ Ez_i &= Z_{mi} - Z_i \end{aligned} \tag{1.1}$$

où  $X_{mi}$ ,  $Y_{mi}$  et  $Z_{mi}$  sont les coordonnées mesurées et  $X_i$ ,  $Y_i$ , et  $Z_i$  sont les coordonnées étalonnées.

Un modèle mathématique du second degré a été appliqué pour ajuster 36 points de mesure. Les erreurs paramétriques ont été trouvées en croisant des courbes de niveau avec les axes. L'erreur maximale permise de la mesure de longueur de la MMT est  $\pm (5.8 + 0.0173L)$   $\mu\text{m}$  en considérant tous les points de mesure où  $L$  est la longueur mesurée en millimètres entre deux sphères.

Bringmann et Knapp [53] ont étudié l'interdépendance entre les erreurs des axes d'une machine-outil. L'incertitude d'essai dépend non seulement de l'incertitude de l'instrument de mesure, mais aussi de la performance de la machine-outil. Ainsi, les erreurs géométriques de mouvement d'une machine influencent l'incertitude des paramètres d'erreur de membrure identifiés. Des simulations Monte Carlo ont été conduites pour montrer cette influence.

Dans ce chapitre, différents instruments de mesure de l'état des machines multi-axes sont présentés. Les recherches effectuées sur la métrologie des machines par palpement d'artefact sont expliquées plus en détail. Les artefacts dans la littérature sont surtout des pièces étalonnées avec un instrument plus précis et mesurées sur la machine-outil pour déterminer son état. Cependant,

ces artefacts ne répondent pas aux besoins de l'étalonnage rapide, le montage répétable et le transport et la manutention facile. Finalement, l'application du palpation d'artefact pour obtenir l'état volumétrique des machines-outils à cinq axes n'est généralement pas étudiée dans la littérature.

## CHAPITRE 2. ORGANISATION GÉNÉRALE

À la suite de l'introduction et de la revue de littérature, ce chapitre présente l'organisation générale de la thèse indiquant la cohérence entre les articles et les objectifs définis. Les deux chapitres suivants comprennent deux articles de revue formant le corps de cette thèse. De plus, deux articles de conférence sont mis en annexe.

Le troisième chapitre est un article intitulé «Volumetric distortion assessment of a five-axis machine by probing a 3D reconfigurable uncalibrated master ball artefact» qui est publié dans la revue *Precision Engineering* (vol.35, no.1, pp.116-125, 2011). Il présente un nouveau design d'artefact, reconfigurable et non-étalonné constitué de billes de références, en anglais « Reconfigurable Uncalibrated Master Balls Artefact » ou RUMBA. Ce dernier surmonte des inconvénients des artefacts pré-assemblés et pré-étalonnés. Cependant, la conception flexible de l'artefact empêche une connaissance précise de sa géométrie. Donc, un modèle mathématique est développé afin d'estimer les erreurs de montage de l'artefact (i.e. la géométrie exacte de l'artefact) et du palpeur et de les exclure des données volumétriques du palpé pour pouvoir évaluer l'état volumétrique de la machine. Ce procédé utilise la théorie des redondances multiples.

Les résultats des simulations et des essais montrent qu'une erreur de machine, l'erreur linéaire d'entraxe entre deux axes rotatifs peut être absorbée par l'erreur de montage du palpeur à cause de la relocalisation limitée de l'artefact par les axes rotatifs. Afin d'empêcher les erreurs de montage d'obscurcir une véritable source d'erreur de la machine, le paramètre d'entraxe est ajouté au modèle.

La géométrie estimée de l'artefact est validée sur une MMT et exclue des données volumétriques du palpé et les distorsions volumétriques de la machine sont obtenues. Dans ce travail, le terme «distorsion» est utilisé au lieu de «erreur», car l'artefact n'est pas étalonné; c'est-à-dire qu'il n'a aucune coordonnée ou longueur connue. Donc, il est peu probable que les coordonnées de palpé et les erreurs de montage identifiées soient en unités de longueur internationale. En d'autres termes, avec cette approche, une distorsion dans l'état volumétrique de la machine est observable, mais non pas un changement isotropique.

Le quatrième chapitre est constitué de l'article intitulé «A cluster analysis applied to volumetric errors of five-axis machine tools obtained by probing an uncalibrated artefact» qui est publié dans les annales du CIRP, *CIRP Annals - Manufacturing Technology* (vol.59, no.1, pp.539-542, 2010). Il présente une analyse volumétrique pour séparer les erreurs des axes linéaires et des axes rotatifs de la machine. Bien que cette analyse puisse être appliquée aux erreurs volumétriques d'une machine obtenues par le palpéage d'un artefact calibré, les simulations et les essais dans cet article sont concentrés sur les distorsions volumétriques d'une machine obtenues par le palpéage du RUMBA présenté dans le premier article.

Premièrement, une analyse d'incertitude montre que l'estimation simultanée des erreurs de membrure de la machine et des erreurs de montage empêche l'artefact et le palpeur d'absorber les erreurs de membrure et aboutit à une incertitude plus basse.

Une fois les erreurs/distorsions volumétriques obtenues, elles peuvent être analysées en fonction de deux critères : la variation de la position relative des billes et le positionnement de l'artefact comme un groupe de billes. Un ajustement des moindres carrés de point à point est réalisé pour adapter le groupe des centres mesurés au groupe des centres prédits des billes.

Les résidus de l'ajustement de moindres carrés, c'est-à-dire les coordonnées relatives des positions prédites et ajustées de billes, sont «les erreurs de distorsion locale» et elles dépendent exclusivement de l'état des axes linéaires, puisque seulement ces derniers sont impliqués dans la mesure de l'artefact pour une relocalisation donnée. Les ajustements linéaires et angulaires de l'artefact comme un groupe de billes sont appelés «les erreurs de relocalisation» qui dépendent de l'état des axes linéaires et rotatifs. Les erreurs provenant des axes rotatifs déplacent l'artefact comme un groupe qui produit une erreur de relocalisation alors que les erreurs des axes linéaires peuvent contribuer à la fois au déplacement de l'artefact comme un groupe et aux erreurs individuelles des billes causant à la fois une erreur de relocalisation et une erreur de distorsion locale.

L'annexe A est un article de conférence intitulé «Linear axes performance check on a five-axis machine tool by probing an uncalibrated artefact» qui a été présenté à la 36<sup>e</sup> conférence internationale MATADOR en 2010 au Royaume-Uni. Dans cet article, une analyse des distances entre les billes du RUMBA est effectuée. Cette analyse évalue la distorsion de la géométrie de l'artefact d'une localisation à l'autre et non pas sa localisation. Donc, elle exclut la relocalisation

d'artefact potentiellement erronée accomplie par les axes rotatifs. En d'autres termes, elle ne considère que l'effet des axes linéaires (qui sont actifs pendant le palpé) et bien sûr toute déformation d'artefact.

Un autre article de conférence intitulé «Link error estimation for volumetric distortion error prediction of a five-axis machine by probing an Uncalibrated Artefact» est mis en annexe B. Il a été présenté à la 2<sup>e</sup> conférence internationale PMI en 2010 au Canada. Les données volumétriques sont obtenues par palpé du RUMBA. Un modèle mathématique est développé pour estimer les erreurs de membrure de la machine avec les erreurs de montage. Ces erreurs sont utilisées pour prédire les erreurs volumétriques de la machine dans d'autres positions qui ne sont pas incluses dans le modèle d'estimation. La capacité prédictive des erreurs de membrure est étudiée.

La thèse se termine avec une discussion générale et une conclusion sur les résultats obtenus. Les sujets ouverts à la recherche sont également suggérés dans la dernière section.

# **CHAPITRE 3.      VOLUMETRIC DISTORTION ASSESSMENT OF A FIVE- AXIS MACHINE BY PROBING A 3D RECONFIGURABLE UNCALIBRATED MASTER BALL ARTEFACT**

Tibet Erkan<sup>a</sup>, J.R. René Mayer<sup>a</sup>, Yannick Dupont<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Department of Mechanical Engineering, École Polytechnique (Montréal), P.O. Box 6079,  
Station Downtown, H3C 3A7 Montréal, QC, Canada

<sup>b</sup>Pratt and Whitney Canada Corp., Longueuil, QC, Canada

Published in *Precision Engineering*, vol.35, no.1, pp.116-125, 2011.

## **3.1 Abstract**

In this paper, a method is proposed that uses an artefact assembled in situ and exploiting the on-machine probing capability to perform a rapid volumetric distortion assessment of a five-axis machine. The 3D reconfigurable uncalibrated master ball artefact (RUMBA) is an assembly of the machine pallet and an adjustable number of master balls located within the machine working and probing envelop. The artefact design philosophy allows flexibility in the number and positions of the balls thus conferring the reconfigurability attribute. Reconfigurability allows adaptation of the artefact to the machine topology and geometry and its construction around a fixture and workpiece to reduce disruption to machine production. On the down side, the artefact is uncalibrated as its construction concept hinders precise knowledge of its geometry. During a test, combinations of all the machine axes are used to move and probe the master balls. A mathematical model is developed in order to identify the setup errors of each master ball and the probe. Simultaneous identification of the rotary axes' linear offset with the setup errors is proposed to improve the parameter estimation and volumetric distortion prediction. The machine contribution to the volumetric distortion is then computed from the ball centre data excluding the setup errors. Tests are conducted in a laboratory on a horizontal machining centre. The results show that the proposed mathematical procedure is capable of removing the influence of the

uncalibrated artefact geometry, excluding scale, and that the proposed design is suited to the machine environment.

*Keywords:* Five-axis machine tool; volumetric errors; on-machine probing; ball artefact; reconfigurable artefact; uncalibrated artefact

### **3.2 Introduction**

Five-axis machine tools are key players in the manufacture of complex parts such as those found in the aerospace field. Their ability to orient the rotating cutting tool relative to the workpiece offers a significant reduction in the number of setups required thus allowing high productivity for the machining of complex monolithic parts. This is even more so when combined with high speed machining methods which through careful selection of process parameters boost the material removal rate while maintaining good surface finish and spindle integrity. In parallel with this trend, manufacturers are now realising that the inspection processes are becoming relatively costly and time-consuming and are looking at ways of reducing their dependence on the part metrology functions while ensuring part geometric and dimensional conformity. One approach to achieve this objective is to control and measure important characteristics of the manufacturing process, those that have an impact on the part's form and size errors. Numerous standards and instruments are available to conduct thorough metrological evaluations of machine tools and provide a wealth of information useful for machine performance evaluation for example at the time of purchase and commissioning. This is often limited to the measurement of individual axes although some combined axis motion may also be conducted by bringing special instruments within the machine. However, those approaches are generally beyond the reach of most machine shops and demand human intervention thus requiring specialised personnel and reducing the machine production time. In order to be effective, checks should be frequent and automated. These objectives lead to the development of volumetric methods which are based on artefact use.

Mechanical artefacts such as ball arrays or ball plates are used for conducting routine checks of multi-axis machines. There is also much research on artefact probing on CMMs [1-5], and on NC machine tools since most machines now have on-machine probing capability, usually used for part setup compensation. A modular space frame, tetrahedron shaped artefact with a ball plate and magnetic links that connect the balls, was developed by De Aquino Silva and Burdekin [4]



for volumetric accuracy analysis of CMMs. The calibration of the artefact was performed by calibrating the ball plate and magnetic ball links separately. A mathematical model using response surface methodology (RSM) was implemented to determine the machine error components from the volumetric error data. De Aquino Silva et al. [5] designed a ball artefact for volumetric error evaluation and uncertainty analysis of a four-axis CMM. The measured ball centre coordinates at the first location of the artefact were accepted as the nominal values. From that initial data, the nominal coordinates for other measurement locations were calculated. The difference between the measured and the calculated coordinates were used to explain the volumetric error of the machine. A cube array artefact composed of eight cubes was proposed by Choi et al. [6] to quickly assess the positioning errors of a three-axis machine tool. The artefact was calibrated on a CMM and then installed on the machine tool. The differences between the CMM and the machine tool measurement data were used to generate the error vectors. A mathematical model was built to determine the error parameters including backlash. Bringmann and Kung [7] created a pseudo 3D artefact by mounting a 2D ball plate in different locations. The translatory and rotary shift between locations was assured using kinematic couplings which have high repeatability. They aimed at fast testing and calibration of machine tools, robots and CMMs with three linear axes. Using this artefact, the interdependencies between machine errors and their contribution to the uncertainty of identified parameters were investigated [8]. In another study, with the R-test device [9] and ‘Chase-the-ball’ measurement strategy a five-axis machine error parameters were identified and the machine was calibrated. In this method, the exact position of the measured ball was not known [10]. Woody et al. [11] developed a technique to transfer the accuracy of a CMM to a machine tool by measuring a part with fiducials both on the CMM and on the machine tool. The total error which contains thermal effects, mounting errors and machine tool errors was compensated on the NC part program without determining the error sources individually.

In previous studies, the artefacts were used as standard parts which were calibrated on CMMs and then measured on machine tools to determine the machine tool errors. In a production environment, the major drawbacks to using a calibrated artefact are their mounting and fixturing, transportation, handling and storage. In this paper, a new artefact design and associated mathematical model are proposed for conducting routine checks of a five-axis machine’s volumetric status. The artefact design, the probing procedure, the mathematical model to remove

the setup errors, CMM validation of the removed errors and machine tool volumetric distortion are presented.

### 3.3 Artefact design

The reconfigurable uncalibrated master ball artefact (RUMBA) is designed to exploit the on-machine probing capacity of the machine. The probing technology of many NC machine tools is well suited for the measurement of a master ball centre position. Thus, the artefact is composed of independent (unconnected) master balls mounted at the tips of rods of different lengths forming a 3D structure. The idea behind the different lengths of rods is to increase the accessibility for a variety of rotary axes' positions. Additionally, a 3D design may provide richer information on machine's volumetric status by better coverage of the work volume and providing additional geometric constraints. The basic artefact module composed of the assembly of a master ball, a rod and an insert is presented in Figure 3.1.

The new artefact design aims to overcome the drawbacks of existing ones which take up a significant proportion of the space normally occupied by the workpiece on the machine table as well as requiring special fixturing equipment. One of the most important characteristics of the artefact is its reconfigurability. It is made of an adjustable number of master balls located within the machine working and probing envelop, with the rods screwed directly to the standard threaded fixturing holes of the machine pallet, the intention being to build the artefact using the available space around a workpiece and its fixture thus allowing normal production to coexist with the artefact remaining in place. There is no need for an additional fixture since the artefact modules can be mounted on any machine pallet simply by manufacturing the adapters compatible with the pallet holes (Figure 3.1). This flexible design in terms of number and positions of the balls allows the adaptation of the artefact to the machine topology and geometry. Moreover, it enables the selection of data points according to the desired information and to the prescribed measuring time. With this design, handling, storage and transportation issues of pre-assembled artefacts are avoided. Special care is limited to the need to maintain the sphericity and the surface quality of the master balls.

Figure 3.2 shows an example of an artefact composed of four balls mounted on a five-axis horizontal machine.

On the down side, the artefact is uncalibrated as its design concept hinders precise knowledge of its geometry. The pallet hole positions and the length of the rods provide only nominal ball positions. A mathematical model presented in Section 3.5 is developed to remove the setup errors from the master ball centre data.

The main requirement of the artefact is its stability during a measurement session, therefore, deflection and sensitivity to temperature variations should be minimized. In order to ensure the stability, the rods are cut from a carbon fibre tube which reduces the deflection and the thermal expansion. For the artefact design shown in Figure 3.2, the maximum deflection of the longest rod of 152 mm length due to weight was estimated by calculation as 1.49  $\mu\text{m}$ .

The stability of the artefact geometry was evaluated by analysing the variation of the distances between the master balls for a number of orientations of the assembled artefact. The same artefact in Figure 3.2 including the balls and the machine pallet was brought to a CMM and measured for three orientations with the objective of generating gravity induced ball rod deflections: one horizontal where the machine pallet is mounted parallel to the CMM table, and two vertical where the machine pallet is mounted perpendicular to the CMM table with two orientations ( $0^\circ$  and  $180^\circ$ ). The deformation range of the artefact geometry was  $\pm 1.5 \mu\text{m}$  [12] which may be attributed to pallet deformation and instability and also artefact rods' deflection.

Another important aspect is the thermal stability of the pallet during probing. Since there is no machining operation and the probing is conducted in a short period of time, the changes in the pallet temperature are neglected. As will be explained later, changes in the artefact geometry between probing sessions is not a concern since only an approximate knowledge of the artefact geometry is assumed each time it is used.

### 3.4 Probing procedure

The artefact is aimed at a five-axis machine with three linear and two rotary axes. During a test both rotary axes move to obtain the desired position (relocalisation) of the machine pallet/artefact. Then, for each relocalisation the linear axes are used to perform the probing. Four points are probed diagonally on the equator of the sphere in the machine  $x$ - $y$  plane and one point is probed at the accessible pole. The diagonal measurement increases the accessibility of touch points for big inclinations of the rotary axes and allows probing all the balls in the same way. So,

even if the ball rod is perpendicular to the probe stylus, it will not obstruct the probe and all the points will be accessible. With this procedure, the effect of any repeatable probe lobing error is the same for each ball measurement and so will be interpreted as a stylus tip centre setup error. At each relocalisation of the artefact, the  $x$ ,  $y$ , and  $z$  coordinates of each ball centres are computed from these five indicated measured points. The probing directions are illustrated in Figure 3.3.

In order to determine the repeatability of the probing system, a master ball was probed 10 times with the same probing routine using a Renishaw probe model MP700. The Cartesian repeatability ranges are 1.91  $\mu\text{m}$ , 2.54  $\mu\text{m}$  and 1.34  $\mu\text{m}$  and the calculated standard deviations of the ball centres coordinates are 0.66  $\mu\text{m}$ , 0.98  $\mu\text{m}$  and 0.44  $\mu\text{m}$  for the  $x$ ,  $y$  and  $z$  coordinates, respectively.

### 3.5 Mathematical model

The ball centre data obtained from probing include both the machine errors and the setup errors. The setup errors are the master balls and stylus tip centre coordinate offsets from their nominal values. A mathematical model is developed in order to identify these setup errors [13]. The machine tool kinematic model allows for the calculation of the stylus tip position relative to each of the artefact's master ball positions as a function of the machine axis position. Using homogenous transformation matrices (HTM) this position (and orientation) can be written as:

$${}^wT_t = {}^F T_w^{-1} {}^F T_t \quad (3.1)$$

where  $F$  stands for the foundation frame which interconnects the tool and the workpiece branches of the machine and  ${}^jT_i$  is a 4x4 HTM representing the pose of frame  $i$  relative to frame  $j$  given as:

$${}^jT_i = \begin{bmatrix} {}^jR_i & {}^jP_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

where  ${}^jR_i$  and  ${}^jP_i$  are the rotation matrix (3x3) and the translation column vector (3x1), respectively.

For a five-axis machine with WCBXFZYT topology shown in Figure 3.4, the tool and the workpiece branches are modeled as follows:

$${}^F T_t = {}^F T_Z {}^Z T_Y {}^Y T_t \quad (3.3)$$

$${}^F T_w = {}^F T_X {}^X T_B {}^B T_C {}^C T_w \quad (3.4)$$

with the tool branch matrices as follows:

$${}^F T_Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$${}^Z T_Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$${}^Y T_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x + \delta_{tx} \\ 0 & 1 & 0 & t_y + \delta_{ty} \\ 0 & 0 & 1 & t_z + \delta_{tz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$${}^F T_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x + \delta_{tx} \\ 0 & 1 & 0 & y + t_y + \delta_{ty} \\ 0 & 0 & 1 & z + t_z + \delta_{tz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

where  $y$  and  $z$  are the encoder positions for the  $Y$ - and  $Z$ -axis, respectively.  $t_x$ ,  $t_y$  and  $t_z$  are the nominal probe stylus tip centre coordinates and  $\delta_{tx}$ ,  $\delta_{ty}$  and  $\delta_{tz}$  are the probe stylus tip centre setup errors.

The workpiece branch matrices considering ball  $w_i$  are

$${}^F T_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$${}^X T_B = \begin{bmatrix} & & 0 \\ & R_B & 0 \\ & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos b & 0 & \sin b & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin b & 0 & \cos b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$${}^B T_C = \begin{bmatrix} & & 0 \\ & R_C & 0 \\ & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos c & -\sin c & 0 & 0 \\ \sin c & \cos c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$${}^C T_{wi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & w_{i,x} + \delta_{wix} \\ 0 & 1 & 0 & w_{i,y} + \delta_{wiy} \\ 0 & 0 & 1 & w_{i,z} + \delta_{wiz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$${}^F T_{wi} = \begin{bmatrix} & x + R_B R_C (w_{i,x} + \delta_{wix}) \\ R_B R_C & R_B R_C (w_{i,y} + \delta_{wiy}) \\ & R_B R_C (w_{i,z} + \delta_{wiz}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

where  $b$ ,  $c$  and  $x$  are the encoder positions for the  $B$ -,  $C$ - and  $X$ -axis, respectively.  $w_{i,x}$ ,  $w_{i,y}$  and  $w_{i,z}$  are ball  $i$ 's nominal positions relative to the last axis ( $C$ -axis) and  $\delta_{wix}$ ,  $\delta_{wiy}$  and  $\delta_{wiz}$  are ball  $i$ 's setup Cartesian errors as illustrated in Figure 3.5. Therefore, the complete model consists of 3 linear setup errors for the probe and 3 linear setup errors for each of the master balls. For example, for an artefact composed of four master balls there are 15 setup error parameters in total. Although the spindle is shown in Figure 3.4 its errors are not included in the model as there is no spindle rotation during the probing procedure.

The three upper terms of the last columns of matrices  ${}^F T_t$  and  ${}^F T_{wi}$  are the calculated coordinates in the foundation frame of the stylus tip and master ball  $i$ , respectively. The calculated vector difference between the tip centre and the master ball centre is then given by

$$\delta \tau_i = \begin{bmatrix} t_x + \delta_{tx} \\ y + t_y + \delta_{ty} \\ z + t_z + \delta_{tz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ 0 + R_B R_C \begin{pmatrix} w_{i,x} + \delta_{wix} \\ w_{i,y} + \delta_{wiy} \\ w_{i,z} + \delta_{wiz} \end{pmatrix} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

This vector difference can be separated into a predicted part based on current best estimates of  $\mathbf{w}_i$  and  $\mathbf{t}$  and another part due to the setup errors as follows:

$$\delta \tau_i = \left( \begin{bmatrix} -x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} - R_B R_C \begin{bmatrix} w_{i,x} \\ w_{i,y} \\ w_{i,z} \end{bmatrix} \right) + \left( \begin{bmatrix} \delta_{tx} \\ \delta_{ty} \\ \delta_{tz} \end{bmatrix} - R_B R_C \begin{bmatrix} \delta_{wix} \\ \delta_{wiy} \\ \delta_{wiz} \end{bmatrix} \right) \quad (3.15)$$

Supposing that we have estimates, initially nominal values, for the balls and tip coordinates, the setup errors can be isolated as follows:

$$\delta\tau_i - \left( \begin{bmatrix} -x \\ y \\ z \end{bmatrix} - R_B R_C \begin{bmatrix} w_{i,x} \\ w_{i,y} \\ w_{i,z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \right) = \left( \begin{bmatrix} \delta_{tx} \\ \delta_{ty} \\ \delta_{tz} \end{bmatrix} - R_B R_C \begin{bmatrix} \delta_{wix} \\ \delta_{wiy} \\ \delta_{wiz} \end{bmatrix} \right) \quad (3.16)$$

In order to identify the setup error parameters for all master balls and the stylus tip, a linear system of equations is formed:

$$\delta\tau = J\delta p \quad (3.17)$$

where  $J$  is the sensitivity (Jacobian) matrix that expresses the sensitivity of the stylus tip versus master ball position location  $\delta\tau$  to the setup error parameters  $\delta p$  of both the master balls and stylus tip with:

$$\delta p = [\delta_{w1x} \quad \delta_{w1y} \quad \delta_{w1z} \quad \dots \quad \delta_{wnx} \quad \delta_{wny} \quad \delta_{wnz} \quad \delta_{tx} \quad \delta_{ty} \quad \delta_{tz}]^T \quad (3.18)$$

For a particular relocalisation, the  $B$ - and the  $C$ -axis rotations are fixed so the rotation matrices are the same for each ball of the artefact and matrix  $J$  becomes:

$$J = \begin{bmatrix} -R_B R_C & 0_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -R_B R_C & \vdots & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \dots & -R_B R_C & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

The data gathered from the probing measurements and the identification matrix given above are used to estimate the unknown setup error parameters using the following system of linear equations:

$$\Delta b = J\delta p \quad (3.20)$$

where  $\Delta b$  is the difference between the probing results and the calculated positions. It has  $3mn \times 1$  elements where  $m$  equals the number of artefact relocalisations,  $n$  equals the number of balls and 3 stands for 3 measured ball centres Cartesian offsets ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$  and  $\Delta z$ ) obtained by probing each ball.  $J$  is the  $3mn \times (3n + 3)$  identification matrix obtained from Eq. (3.19),  $\delta p$  is the

setup error parameter column matrix given in Eq. (3.18) with  $(3n + 3) \times 1$  elements and can be estimated as follows:

$$\delta \mathbf{p} = \mathbf{J}^+ \Delta \mathbf{b} \quad (3.21)$$

where  $\mathbf{J}^+$  is the pseudo-inverse of  $\mathbf{J}$ .

The volumetric errors that cannot be attributed to the artefact and probe setup parameters are then analysed. It is assumed that they largely originate from the machine itself. The machine contribution to the volumetric distortion  $\varepsilon_i$  is computed by predicting the position of ball  $i$  using the identified setup errors and by comparing it with the measured one as follows:

$$\varepsilon_i = P_{mi} - P_i \quad (3.22)$$

where  $P_{mi}$  and  $P_i$  are the measured and predicted positions, respectively. The prediction is calculated using Eq. (3.1) for the nominal machine but with the estimated artefact and probe setup errors.

One of the risks of this method is the explanation by the setup errors of the effect of some machine errors. For the machine tested it was established by simulation that the effect of the linear offset between the rotary axes, from axis  $B$  to axis  $C$ , could be partially obscured by a setup error parameter. The machine tool shown in Figure 3.4 has an offset in the  $x$  direction  $\delta_{Cx}$  between the  $B$ - and the  $C$ -axis. When the  $B$ -axis rotates by an angle  $b$ , the  $BC$  offset rotates in space and develops both an  $x$  and a  $z$  component when seen from the machine foundation frame  $\{F\}$  as illustrated in Figure 3.6. The  $BC$  offset's  $x$  component is

$$\delta_{Cx,x} = \delta_{Cx} \cos(b) \quad (3.23)$$

This causes an equal shift of all the master balls.

In most cases, the  $B$ -axis has limited motion in order not to obstruct the probe's access to the master balls and this limited motion renders the effect of the  $BC$  offset a quasi-constant error with the  $B$ -axis position. The effect in the  $x$  direction as a function of the  $B$ -axis is shown in Figure 3.7. Here,  $b$  varies from  $-30^\circ$  to  $30^\circ$ . In the absence of the  $BC$  offset parameter in the identification procedure, the average effect is absorbed by the  $x$  component of the probe setup error  $\delta_{tx}$ . The straight line in Figure 3.7 shows the average of the  $BC$  offset value which is likely to be explained by the probe setup error parameter during the least squares identification.



Note that the obscuring effect is influenced by the volume covered by all the artefact repositionings. As a result, it is important to maximise the workspace coverage during the procedure.

In order to prevent the tool setup error from obscuring a genuine machine error source, this machine link error parameter is estimated simultaneously with the setup errors. The effect of this parameter on the volumetric error being different from the tool setup error provides the necessary decoupling between these two variables thus allowing better estimates to be obtained for both parameters. Other machine link errors such as the axis to axis alignment errors were also simulated and found to be significantly less prone to such absorption effects.

Including the BC offset parameter in the linearised mathematical model is simple. The error parameter column matrix  $\delta p$  in Eq. (3.18) is extended by adding the new parameter  $\delta_{cx}$  at the end as follows:

$$\delta p = [\delta_{w1x} \quad \delta_{w1y} \quad \delta_{w1z} \quad \cdots \quad \delta_{wnx} \quad \delta_{wny} \quad \delta_{wnz} \quad \delta_{tx} \quad \delta_{ty} \quad \delta_{tz} \quad \delta_{cx}]^T \quad (3.24)$$

The column representing the sensitivity of the volumetric error to this new parameter is added at the far right of the Jacobian matrix  $J$  in Eq. (3.19) which becomes:

$$J = \begin{bmatrix} -R_B R_C & 0_{3 \times 3} & \cdots & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & -R_B(:,1) \\ 0_{3 \times 3} & -R_B R_C & \vdots & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & -R_B(:,1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \cdots & -R_B R_C & I_{3 \times 3} & -R_B(:,1) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

where the  $-R_B(:, 1)$  terms in the last column of  $J$  are minus the first column of the  $R_B$  matrix defined in Eq. (3.10). The values are functions only of the  $B$ -axis rotation angle  $b$  and represent the unit vector  $\hat{i}_B$  shown in Figure 3.6. The error parameters can be estimated similarly to Eq. (3.21).

Since there is no calibrated length standard on the artefact, it is unlikely that the probing coordinates and the identified setup errors are in international length units [14, 15]. In other words, the estimated artefact geometry is likely to minimize the impact, in a least square sense, of the scale gain errors. It is assumed that an overall isotropic scale gain error will not be detected by the proposed method whereas the effect of differences between axes scale gain errors will

remain observable. Further studies are necessary to clarify this aspect. This is why, in this study, the term volumetric distortion is used rather than volumetric error.

### 3.6 Experimental results

A four-ball artefact is mounted on a five-axis horizontal machine with WCBXFZYT topology as shown in Figure 3.2 and Figure 3.4. It is measured at seven locations (poses) to assess the machine volumetric status. The locations, defined by the machine rotary axes positions, are  $b=0^\circ$ ,  $c=0^\circ$ ;  $b=30^\circ$ ,  $c=0^\circ$ ;  $b=30^\circ$ ,  $c=60^\circ$ ;  $b=0^\circ$ ,  $c=120^\circ$ ;  $b=0^\circ$ ,  $c=180^\circ$ ;  $b=-30^\circ$ ,  $c=240^\circ$  and  $b=-30^\circ$ ,  $c=300^\circ$ . The experimental results are divided into two groups: validation of the identified setup parameters and presentation of the machine tool's volumetric distortion.

#### 3.6.1 Artefact geometry validation

In order to show the effect of the BC offset parameter on the setup errors only the setup errors are identified using Eqs. (3.18), (3.19) and (3.21). Then Eq. (3.21) is solved again but with the BC offset parameter introduced using Eqs. (3.24) and (3.25). The BC offset and the probe setup error  $x$  component in each case are illustrated in Figure 3.8 and given in Table 3.1. In Figure 3.8 the faint objects are the nominal positions of the  $C$ -axis, one of the artefact master balls and the probe.

In this case, without the BC offset estimation, the estimated probe setup error  $\delta_{txo}$  is smaller than the one with the offset estimation  $\delta_{txw}$  because the BC offset  $\delta_{Cx}$  and the probe setup errors  $\delta_{txw}$  are in the same direction and with similar magnitudes. This is to be expected because it is a normal procedure on such machines to use the probe to measure the position of the  $C$ -axis reference centre hole and accordingly modify the relevant machine register so that when commanded to  $x=y=0$  the machine spindle is well aligned with the  $C$ -axis. In consequence, the BC offset average impact on the balls positions is of the same order of magnitude as the probe tip offset and so the tip setup error is partially compensated by the BC offset. In other words, the probe tip is well aligned with the actual  $C$ -axis (when the machine is at its zero position on all axes) so that the BC offset goes largely unnoticed for small  $B$ -axis rotations. However, the idea of the compensation of the rotary axes' offset by the probe setup error in the absence of the offset parameter explained in Section 3.5 remains valid. The average effect factor  $k$  of the BC offset in

the  $x$  direction when the  $B$ -axis position  $b$  varies from  $-30^\circ$  to  $30^\circ$  is 93% of the offset value (Figure 3.7) which corresponds to the difference between  $\delta_{txw}$  and  $\delta_{txo}$ .

The BC offset estimation provides better estimates of the two variables and results in larger volumetric distortion estimates. The effect just described is not limited to the proposed uncalibrated artefact approach and would occur also for a calibrated one. In essence it simply means that one of the machine errors manifests itself, at least partially, as a probe tip offset. However, the effect on a part machined by this machine may not be as dramatic because, as explained, the operator usually establishes the  $x$  and  $y$  offsets between the spindle axis and the  $C$ -axis before machining. This operation partially compensates the rotary axes offset at its maximum value. This compensation will not be effective under all conditions especially when large  $B$ -axis rotations are used.

Immediately following the on-machine probing, the artefact, including the balls and the machine pallet, is transferred and measured on a CMM for validation purposes. It is important to note that this procedure is not part of the proposed method. It is only conducted here to study the validity of the estimated artefact geometry. On the machine tool, the estimated artefact ball positions are defined with respect to the  $C$ -axis reference frame. As the artefact is moved to the CMM this reference is no longer available. Hence, instead of the ball centre Cartesian coordinates the distances between the balls, which are not affected by the reference system, are used for the validation of the estimated geometry of the artefact. Figure 3.9 illustrates the geometry of a four-ball 3D artefact providing six distance data between the balls.

Table 3.2 shows the comparison of the distances given in Figure 3.9. The maximum error between the estimated and the CMM distances is  $7.4 \mu\text{m}$ .

In addition to the distance based comparison, a point-to-point least square fitting is performed to match the estimated ball centres to the ones that are measured on the CMM. Table 3.3 contains the residuals of each ball after least square fitting showing a maximum residual of  $4.8 \mu\text{m}$ .

### 3.6.2 Machine tool volumetric distortion

The identified setup errors are used to predict the ball centre positions at each relocalisation using Eq. (3.1). The differences between the measured and the predicted ball centre coordinates in Eq. (3.22) give a measure of machine's volumetric distortions. The vector representations of these

differences according to their locations in the machine working volume are shown in Figure 3.10. The size of the arrow indicates the magnitude of the vector. The error values are magnified 1000 times. The mean and largest norms of the machine volumetric distortions are  $105.6\text{ }\mu\text{m}$  and  $112.1\text{ }\mu\text{m}$ , respectively. In this figure, the effect of the large BC offset can be seen. When the  $B$ -axis is at  $0^\circ$  the error vectors indicate a shift in the  $x$  direction and when the  $B$ -axis is at  $30^\circ$  and  $-30^\circ$  the BC offset is propagated both onto the  $x$  and  $z$  directions.

The measurement of the artefact at seven locations is performed five times to determine the machine tool's volumetric repeatability. The maximum difference between the volumetric distortion norms of each measurement set is  $9.1\text{ }\mu\text{m}$ . Figure 3.10 contains the data of the third of the five measurement sets.

The BC offset has an important effect on the volumetric distortion of the investigated machine. If the effect of this parameter is extracted, i.e. its effect is considered in predicting the balls' positions, the remaining volumetric distortions' mean and largest norms drop to  $8.4\text{ }\mu\text{m}$  and  $13.6\text{ }\mu\text{m}$ , respectively. Figure 3.11 shows the remaining volumetric distortions, magnified 10,000 times, which are the difference between the measured and the predicted errors using the setup and BC offset parameters. Here, although some balls are very close, their volumetric distortions can vary considerably, because with the two rotary axes it is possible for some balls to be located at similar  $x, y, z$  positions in the foundation frame but for different indexations of the rotary axes.

Using centre coordinates for the machine tool volumetric distortion assessment has advantages over the distance method used for the artefact geometry validation. First of all, the centres offer richer information compared to distances. For example a single ball already provides useful data and in this case there are no distances. For two balls there are 6 centre coordinates and only one distance information. Secondly, the distances exclude any information about the erroneous positioning of the artefact by the rotary axes. Because the distances would be calculated using data originating solely from the motion of the linear axes their values would be primarily affected by error from those axes. For example, the shift of the master balls caused by the rotary axes' offset shown in Figure 3.10 would not be detected by the distance method as this error affects only the positioning of the artefact, not its geometry. Finally, if the artefact balls lie closely in a plane the distance method is not sensitive to small off-plane variations of a ball measured position whereas the balls' centre coordinates will show such changes.

### 3.7 Conclusion

In this paper, a method is presented for a five-axis machine tool's volumetric assessment by on-machine probing of a new artefact concept. The proposed artefact is reconfigurable allowing flexibility in the number and positions of the master balls. It overcomes the drawbacks of existing artefacts which are mounting and fixturing, transportation, handling and storage. A mathematical model is developed to identify the artefact and the probe setup errors and to remove their effects from the measured ball centres. The rotary axes' offset is added to the mathematical model to prevent its effect from being partially removed by the setup errors. The result is an improved estimation of the volumetric errors. Tests are performed on a five-axis machine tool and the estimated artefact geometry is validated on a CMM using the distance method. The worst difference between the CMM measured and estimated ball to ball distances is 7.4  $\mu\text{m}$ . These results support the assumption that the artefact geometry can be successfully estimated albeit probably in the machine tool's own composite length standard since no reference length standard is used. Despite having allowed the artefact geometry to explain the measured ball centre position errors, up to 112.1  $\mu\text{m}$  remained unexplained and so is attributed to the machine itself thus demonstrating the ability of the method to detect some volumetric errors. Future work is necessary to determine the machine tool's error sources for which the effect on the volumetric errors can be assessed using this approach and those for which it cannot.

### 3.8 Acknowledgements

This work was funded by Pratt and Whitney Canada. The authors wish to thank Guy Gironne and François Menard for their help with the experimental work. Experiments were conducted on equipment purchased with the Canadian Foundation for Innovation Grant FCI-3000.

### 3.9 References

- [1] Zhang GX, Zang YF. Method for machine geometry calibration using 1-D ball array. CIRP Annals–Manufacturing Technology 1991;40(1):519-22.
- [2] Lee ES, Burdekin M. A hole-plate artifact design for the volumetric error calibration of CMM. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 2001;17(7):508-15.

- [3] Lim CK, Burdekin M. Rapid volumetric calibration of coordinate measuring machines using a hole bar artefact. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*. 2002;216(8):1083-93.
- [4] De Aquino Silva JB, Burdekin M. A modular space frame for assessing the performance of co-ordinate measuring machines (CMMs). *Precision Engineering* 2002;26(1):37-48.
- [5] De Aquino Silva JB, Hocken RJ, Miller JA, Caskey GW, Ramu P. Approach for uncertainty analysis and error evaluation of four-axis co-ordinate measuring machines. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2009;41(11-12):1130-9.
- [6] Choi JP, Min BK, Lee SJ. Reduction of machining errors of a three-axis machine tool by on-machine measurement and error compensation system. *Journal of Materials Processing Technology* 2004;155-6(1-3):2056-64.
- [7] Bringmann B, Kung A. A measuring artefact for true 3D machine testing and calibration. *CIRP Annals–Manufacturing Technology* 2005;54(1):471-4.
- [8] Bringmann B, Knapp W. Machine tool calibration: geometric test uncertainty depends on machine tool performance. *Precision Engineering* 2009;33(4):524-9.
- [9] Weikert S. R-Test, a new device for accuracy measurements on five axis machine tools. *CIRP Annals–Manufacturing Technology* 2004;53(1):429-32.
- [10] Bringmann B, Knapp W. Model-based ‘Chase-the-ball’ calibration of a 5-axes machining center. *CIRP Annals–Manufacturing Technology* 2006;55(1):531-4.
- [11] Woody BA, Smith KS, Hocken RJ, Miller JA. A technique for enhancing machine tool accuracy by transferring the metrology reference from the machine tool to the workpiece. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME* 2007;129(3):636-43.
- [12] Erkan T, Mayer JRR, Dupont Y. Reconfigurable uncalibrated 3D ball artefact for five-axis machine volumetric check. *Proceedings of the 9th international conference and exhibition on laser metrology, machine tool, CMM and robotic performance LAMDAMAP 2009, London, UK. 2009. Bedford: Euspen; 2009. p. 19-27.*

- [13] Erkan T, Mayer JRR, Dupont Y. Compensation for the unknown geometry of a reconfigurable uncalibrated 3D ball artefact for five-axis machine volumetric check. Proceedings of the 24<sup>th</sup> American society for precision engineering annual meeting. 2009.
- [14] Sartori S, Zhang GX. Geometric error measurement and compensation of machines. CIRP Annals–Manufacturing Technology 1995;44(5):599-609.
- [15] Schwenke H, Knapp W, Haitjema H, Weckenmann A, Schmitt R, Delbressine F. Geometric error measurement and compensation of machines—an update. CIRP Annals–Manufacturing Technology 2008;57(2):660-75.



Figure 3.1 Artefact module sub-assembly with an adapter.



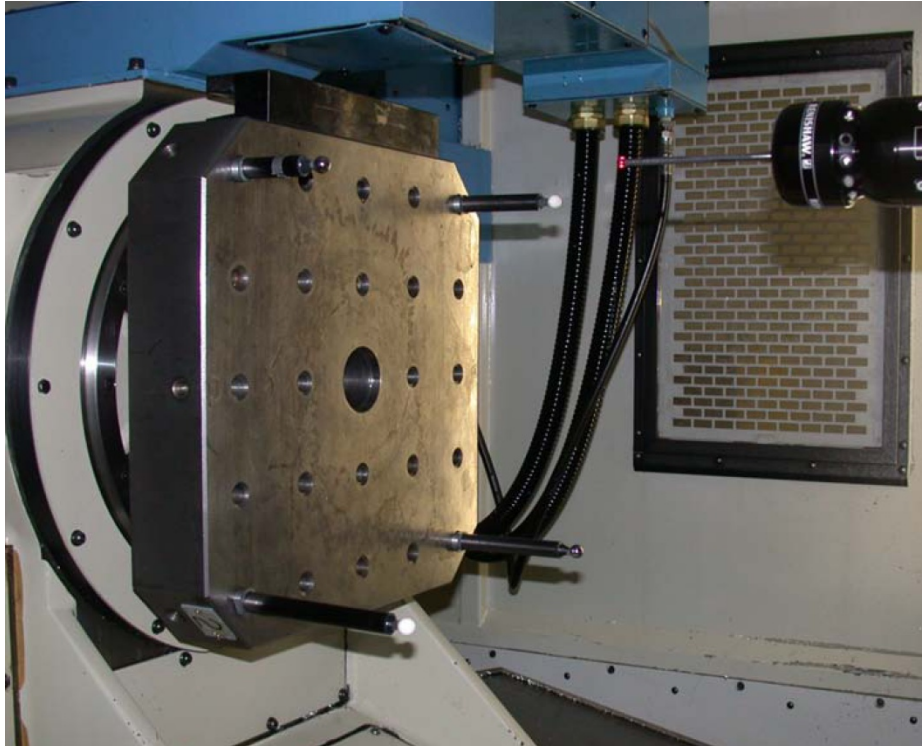


Figure 3.2 An artefact configuration on a five-axis horizontal machine.

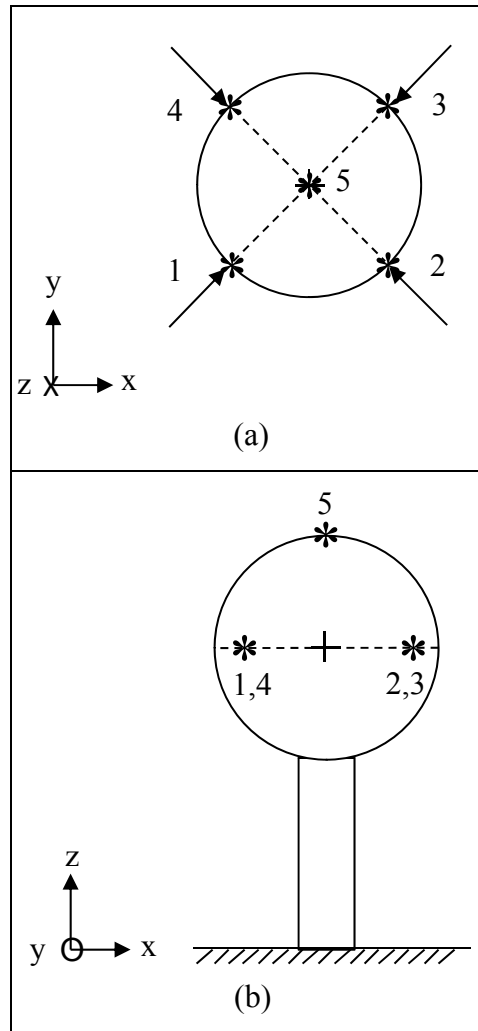


Figure 3.3 Target contact points and the machine  $x$ - $y$ - $z$  frame: (a) top view and (b) front view.

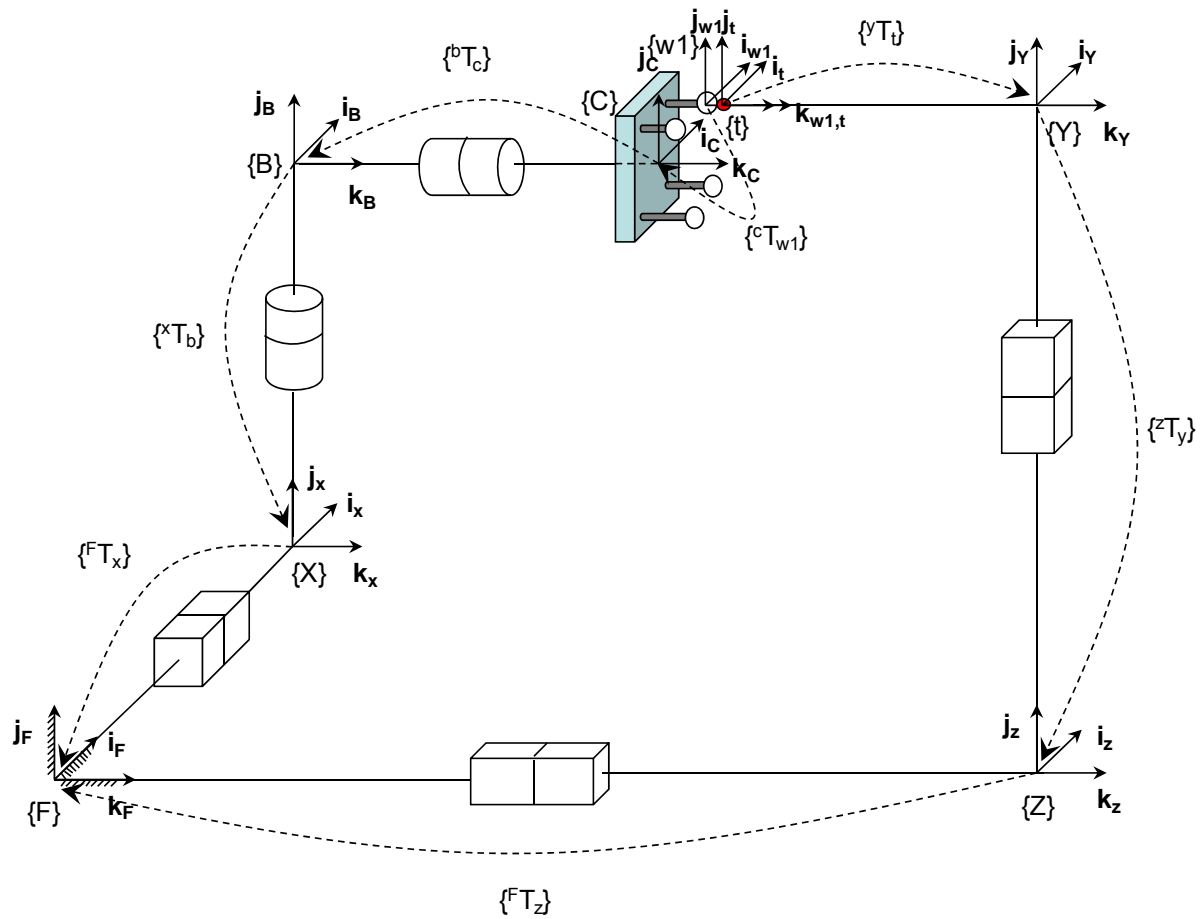


Figure 3.4 Nominal model of a five-axis machine with WCBXFZYT topology.

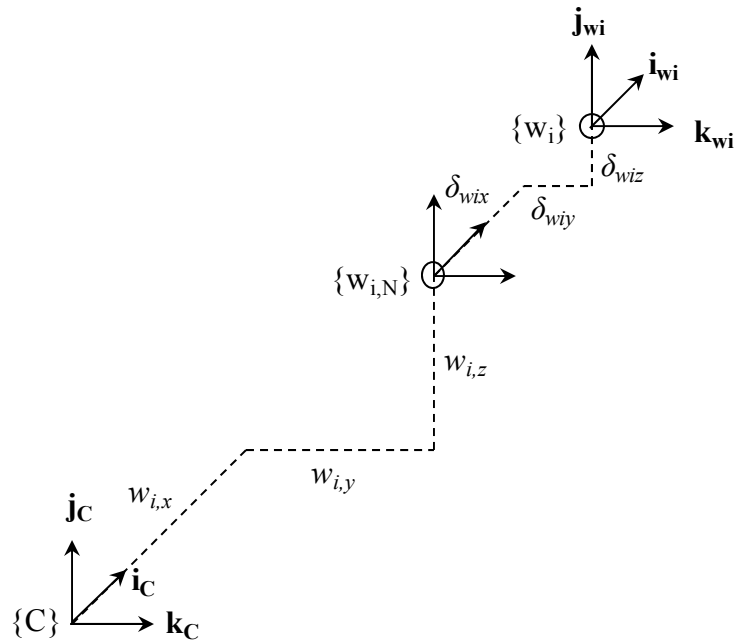


Figure 3.5 The non-ideal link of a master ball which is simply the sum of the nominal position and Cartesian setup errors of the master ball.

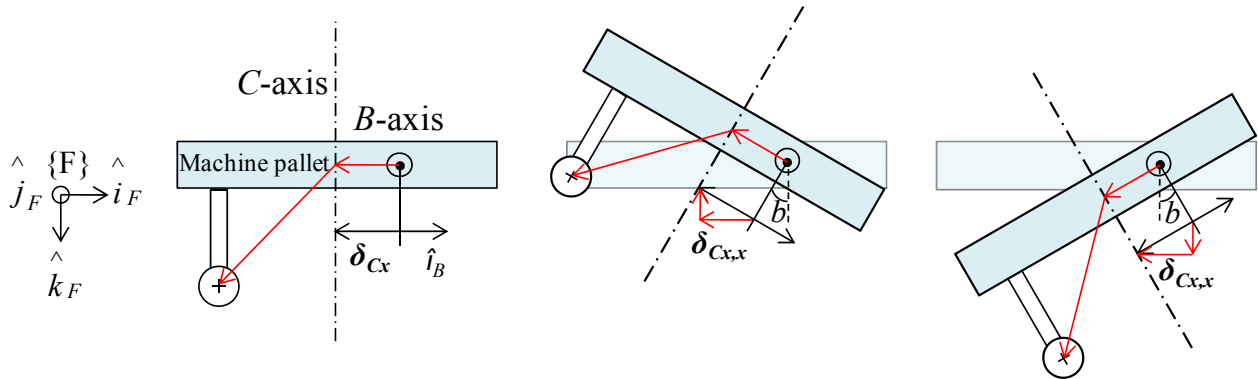


Figure 3.6 The rotary axes' offset and its components.

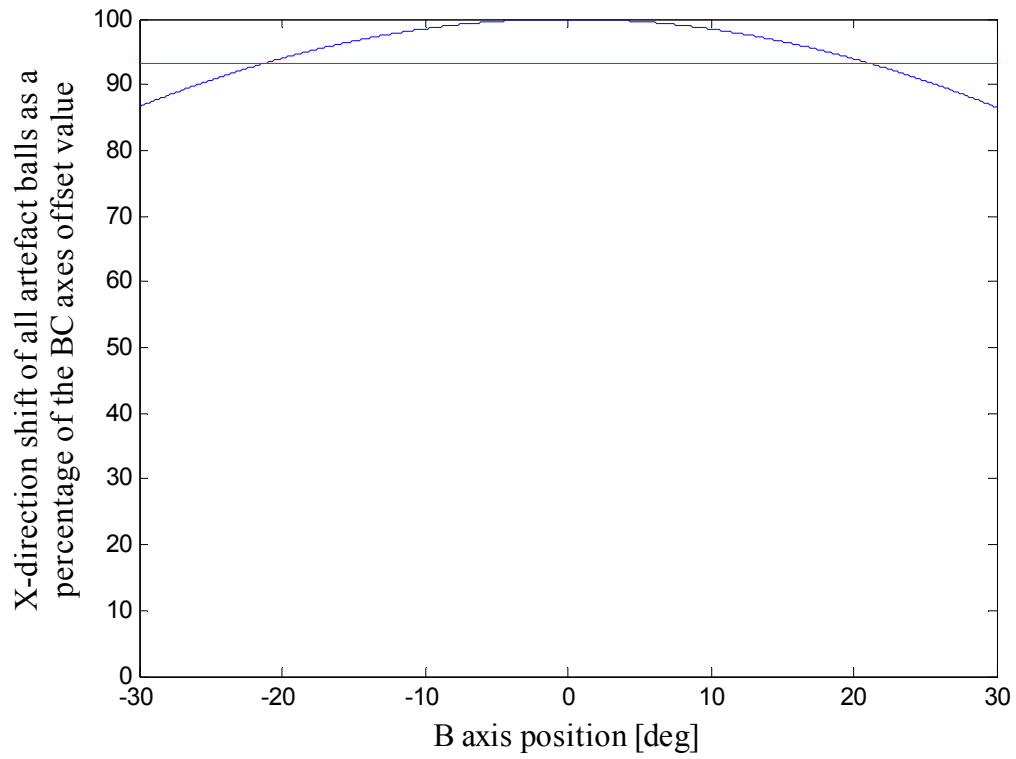


Figure 3.7 Rotary axes' offset effect on artefact balls in  $x$  direction as a function of  $B$ -axis position.

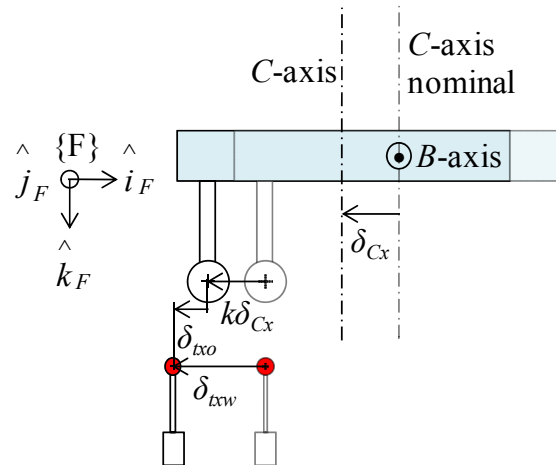


Figure 3.8 The effect of the BC offset  $\delta_{Cx}$  estimation on the  $x$  component of the probe setup error  $\delta_{tx}$ .

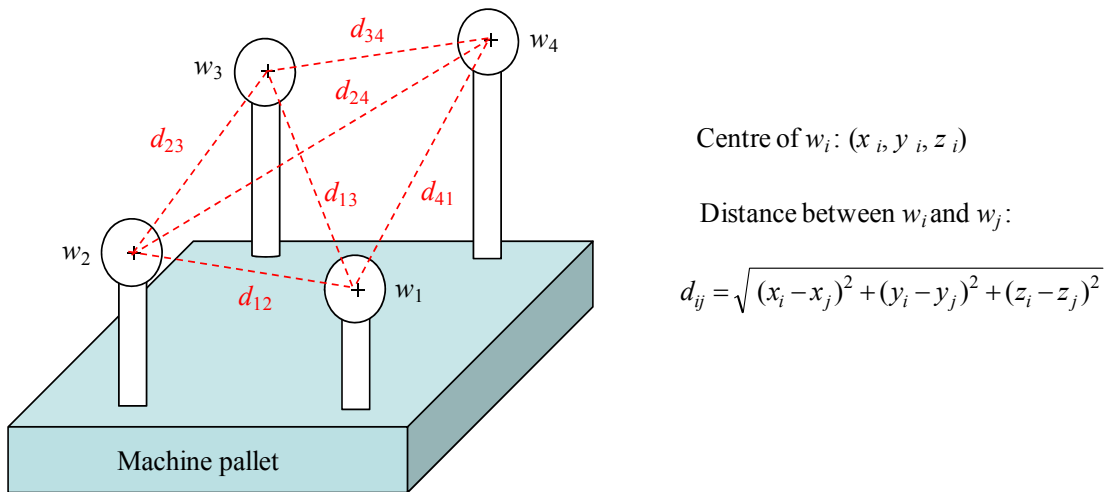


Figure 3.9 Geometry definition of a four-ball artefact.

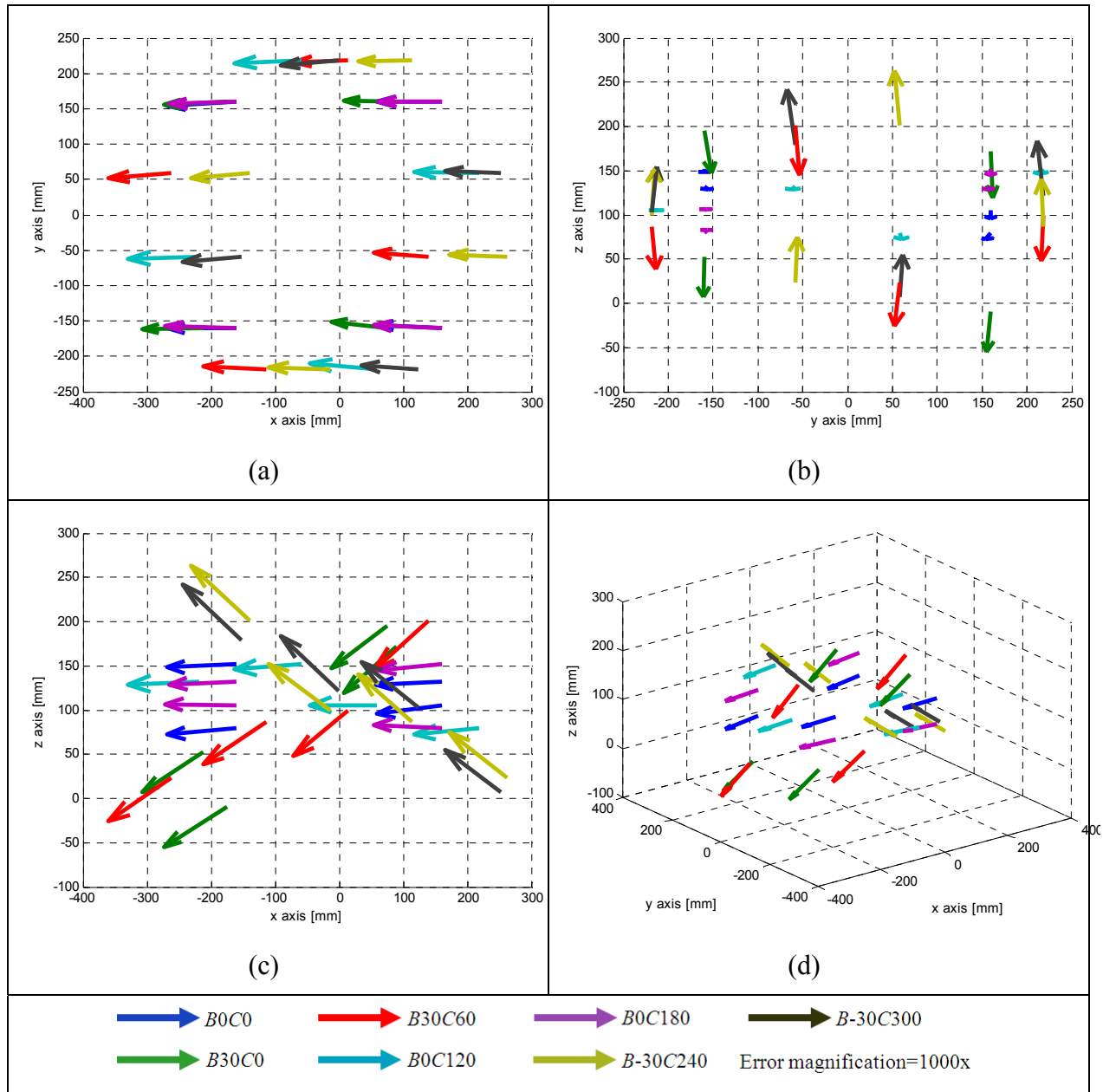


Figure 3.10 Machine tool volumetric distortion (1000x): (a)  $xy$  plane, (b)  $yz$  plane, (c)  $xz$  plane and (d) 3D machine volume.

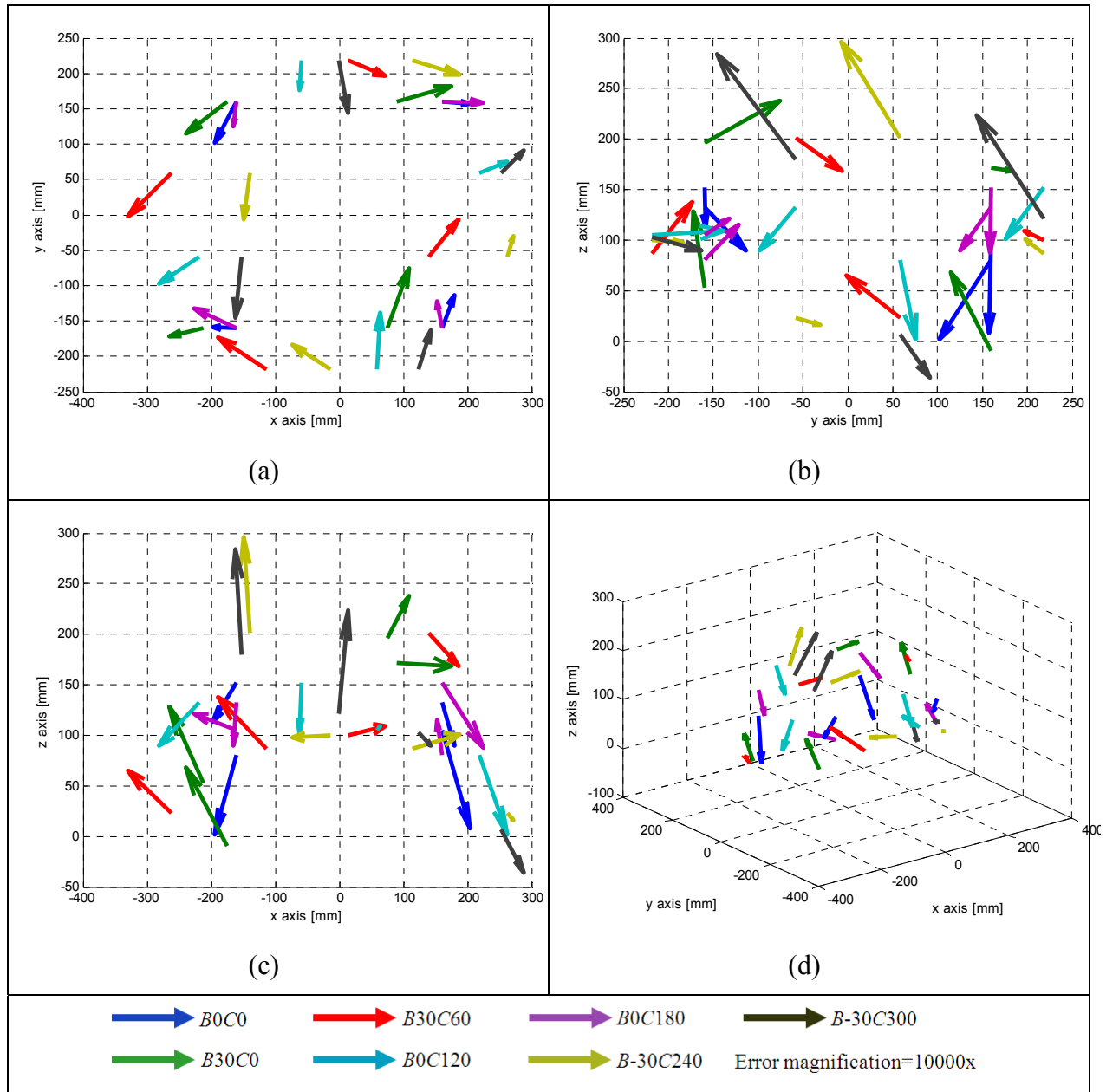


Figure 3.11 Machine tool volumetric distortion (10,000x) without rotary axes' offset: (a) xy plane, (b) yz plane, (c) xz plane and (d) 3D machine volume.



Table 3.1 Experimental results of the BC offset and probe setup errors.

	$\delta_{tx}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\delta_{cx}$ [ $\mu\text{m}$ ]
Without offset estimation	$-4.0 (\delta_{txo})$	N/A
With offset estimation	$-100.8 (\delta_{txw})$	$-105.3$

Table 3.2 Comparison of the estimated artefact geometry with the CMM results.

	Estimated [mm]	CMM [mm]	Estimated-CMM [ $\mu\text{m}$ ]
$d_{12}$	323.0433	323.0366	6.7
$d_{23}$	320.0819	320.0829	$-1.0$
$d_{34}$	321.9013	321.8944	6.9
$d_{41}$	329.1863	329.1866	$-0.3$
$d_{13}$	456.3643	456.3628	1.5
$d_{24}$	456.6732	456.6658	7.4

Table 3.3 Residuals after the least square fitting.

	$x$ [ $\mu\text{m}$ ]	$y$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z$ [ $\mu\text{m}$ ]
Ball 1	$-3.0$	$-0.9$	2.0
Ball 2	4.8	0.1	$-1.9$
Ball 3	1.5	1.7	1.8
Ball 4	$-3.3$	$-0.9$	$-1.9$

**Rectificatif**

CHAPITRE 3. VOLUMETRIC DISTORTION ASSESSMENT OF A FIVE-AXIS MACHINE  
BY PROBING A 3D RECONFIGURABLE UNCALIBRATED MASTER BALL ARTEFACT

**Page****Correction**

32

$${}^F T_{wi} = \begin{bmatrix} R_B R_C & \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R_B R_C \begin{pmatrix} w_{i,x} + \delta_{wix} \\ w_{i,y} + \delta_{wiy} \\ w_{i,z} + \delta_{wiz} \end{pmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

## **CHAPITRE 4. A CLUSTER ANALYSIS APPLIED TO VOLUMETRIC ERRORS OF FIVE-AXIS MACHINE TOOLS OBTAINED BY PROBING AN UNCALIBRATED ARTEFACT**

T. Erkan, J.R.R. Mayer

Département de génie mécanique, École Polytechnique de Montréal, P.O. Box 6079, Station  
Downtown, H3C 3A7 Montréal (QC), Canada

Submitted by L. Kops (1), Montréal, Canada

Published in *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol.59, no.1, pp.539-542, 2010.

### **4.1 Abstract**

This paper presents a cluster approach to the analysis of volumetric error for five-axis machine tools. The probed artefact is uncalibrated so the analysed volumetric errors exclude isotropic scale errors. First, a simultaneous model based estimation of machine and artefact geometric parameters enhances the estimation of the artefact. Then, a point-to-point least squares adjustment is performed between the measured and the predicted ball centre clusters. Information about the volumetric impact of both the linear and rotary axes as separate groups is obtained by analysing the position measurement error of the artefact as a whole and of each ball individually. Simulation is conducted for the validation of the method supported by experiments.

*Keywords:* Machine tool; error; metrology

### **4.2 Introduction**

Five-axis machine tools allow high productivity for the machining of large and complex monolithic parts by orienting the tool relative to the workpiece. There are different methods for the performance evaluation of a five-axis machine. One of them is the parametric method where the error parameters (scale, straightness, etc.) are directly measured individually. Other methods use combined axis motion (circular test, etc.) and volumetric performance parameter estimation

in conjunction with data from experiments conducted by bringing special instruments within the machine. Such methods require human intervention reducing the machine production time. Another approach is to measure volumetric errors where the effects of all error parameters are measured in combination. In this case, one aims at maximising the mix of machine error sources. One such method is the measurement of an artefact using on-machine probing to obtain the machine volumetric status.

There is much research on artefact probing on CMMs, and on NC machine tools [1-4]. Most machine tools now have on-machine probing capability, usually used for part setup compensation although the idea of using a three-dimensional probe for machine tool inspection reaches back into the early 1980s.

In this paper a volumetric error analysis for five-axis machine tools is presented and applied to data gathered by probing an uncalibrated artefact. Section 4.3 presents the uncalibrated 3D ball artefact on which the probing is performed. The cluster fitting method and the error separation are given in Section 4.4. Section 4.5 addresses the validation of the proposed method. The experimental results are presented in Section 4.6 followed by a conclusion.

### **4.3 An uncalibrated 3D ball artefact**

The artefact is composed of master balls mounted at the tips of rods of different lengths screwed into the machine table to create a 3D structure. The artefact is reconfigurable in terms of number and locations of the balls. Therefore, it can be built using the available space around a workpiece and its fixture thus potentially allowing normal production to coexist with the artefact. With this design, handling, storage and transportation issues of pre-assembled artefacts are avoided. Care is limited to the need to maintain the ball sphericity and surface quality. Figure 4.1 shows an artefact component and components mounted on a machine table forming a four-ball artefact.

By its nature, the artefact is uncalibrated. The actual positions of the master balls and of the stylus tip deviate from their nominal positions by small values called setup errors. A mathematical model was developed to identify the setup errors and to remove their effect from the ball centre probing data. It consisted of three constant cartesian setup errors for each of the master balls and another three for the probe stylus tip [5]. Because there is no calibrated length on the artefact, the isotropic scaling errors (equal gain errors on all three linear axes) of the machine can be absorbed

by the artefact geometry estimates during the self-calibration procedure [6]. Having allowed the setup errors to explain as much as possible of the measured ball centre positional errors, the remaining unexplained errors are attributed to the machine which demonstrates the ability of the method to partially detect volumetric errors [5].

### 4.3.1 Uncertainty budget and simultaneous calibration

Probing repeatability, artefact geometry stability and the setup parameters estimation method are some sources of setup errors uncertainty. In order to determine the probing repeatability for ball centre measurement, a master ball was probed on the machine tool ten times and the standard uncertainty calculated using a Type A evaluation [7].

The artefact, made of the master balls assembled on the machine table, was removed from the machine tool and measured on a CMM for three orientations (horizontal, vertical  $0^\circ$  and vertical  $180^\circ$ ). Using the range of the distance variations between pairs of balls, the standard uncertainty is calculated assuming a rectangular distribution [7].

A five-axis horizontal machine with WCBXFZYT topology is modeled and a Monte-Carlo simulation is conducted to calculate the standard uncertainty of the estimated artefact and probe positions. The artefact and the probe are assumed to have certain constant setup errors and the machine tool has eight link errors (three squarenesses between the linear axes, two orientations of each rotary axis and a linear offset between the  $B$ - and the  $C$ -axis) to generate volumetric errors. The link errors are randomly generated using a normal distribution with zero mean and standard deviation of  $5\text{ }\mu\text{rad}$  ( $5\text{ }\mu\text{m}$  for the offset). The four-ball artefact, based on the one shown in Figure 4.1, is probed at 175 locations ( $B$ -axis varying from  $-45^\circ$  to  $45^\circ$  and  $C$ -axis from  $0^\circ$  to  $360^\circ$  with  $15^\circ$  steps) and the setup errors are identified for 10,000 error combinations. The first column in Table 4.1 shows the standard uncertainties of each contributor and the combined and expanded uncertainty of the setup errors. The expanded uncertainties of the artefact and probe setup errors are  $2.81\text{ }\mu\text{m}$  and  $10.26\text{ }\mu\text{m}$ , respectively with a coverage factor  $k$  of 2.

The largest uncertainty contributor is the identification of the setup errors. The reason is that although there is no numerical coupling between the machine's link errors and the setup errors, i.e. their effects on volumetric errors are different, the artefact and the probe estimate are corrupted by the link errors, particularly by the offset between the  $B$ - and the  $C$ -axis due to the

limited  $B$ -axis rotation. The coupling is due to the limited  $B$ -axis motion range. If the simulated range of the  $B$ -axis is increased to  $-180^\circ$  to  $180^\circ$  with  $15^\circ$  steps, the standard uncertainties of the artefact and the probe decrease to  $0.22\ \mu\text{m}$  and  $2.04\ \mu\text{m}$ , respectively and the expanded uncertainties are reduced to  $1.78\ \mu\text{m}$  and  $4.42\ \mu\text{m}$ , respectively. However, increasing the axis' range is not always possible due to the machine construction and accessibility issues.

In order to prevent the artefact and probe setup errors to unduly absorb and so obscure the effect of the machine tool's link errors, a simultaneous model based identification is proposed. The link errors are modeled and identified together with the setup errors using the following system of linear equations:

$$\Delta b = J\delta p \quad (4.1)$$

where  $\Delta b$  is the difference between the calculated ball positions and the probing results. It has  $3mn \times 1$  elements where  $m$  equals the number of artefact positions (relocalisations),  $n$  equals the number of balls and 3 stands for 3 measured ball centres' cartesian offsets ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$  and  $\Delta z$ ) obtained by probing each ball.  $J$  is the  $3mn \times (8+3n+3)$  Jacobian matrix [8] where 8 stands for the eight link errors,  $\delta p$  is the link and setup error parameter column matrix with  $(8+3n+3) \times 1$  elements and can be estimated as follows:

$$\delta p = J^+ \Delta b \quad (4.2)$$

where  $J^+$  is the pseudo-inverse of  $J$ . By identifying the link errors simultaneously with the setup errors the artefact and probe standard uncertainties drop to  $0.01\ \mu\text{m}$  and  $0.02\ \mu\text{m}$ , respectively and so the expanded uncertainties of the artefact and the probe become  $1.72\ \mu\text{m}$  as shown in the second column of Table 4.1. In order to enhance the estimation of the artefact, the probe and thereby the machine errors, the simultaneous identification of the setup errors with the machine error parameters is recommended. The identified machine tool link errors are set aside and are not used in the following analysis since the objective here is not one of machine identification but one of volumetric error analysis only.

#### 4.4 Cluster analysis

The volumetric errors of a five-axis machine with three linear and two rotary axes are analysed. During a test both rotary axes are indexed to obtain the desired relocalisation of the machine

table/artefact. Then, for each relocalisation the linear axes are used to perform the probing. The setup errors are identified as previously explained and the ball positions at each relocalisation are predicted using the identified setup errors. The prediction of the stylus tip position relative to each of the artefact's master ball positions is calculated using the homogeneous transformation matrices (HTMs) of the tool and workpiece branches which include the machine nominal axes' positions and artefact and probe setup errors. The volumetric error at each master ball of the artefact is defined as

$$\varepsilon_i = \text{OP}_{im} - \text{OP}_i \quad (4.3)$$

where  $\text{OP}_{im}$  and  $\text{OP}_i$  are respectively the measured and the predicted (nominal machine and estimated or calibrated artefact) positions of the  $i$ th ball with respect to the machine model origin  $\text{O}_0$  passing through the assumed intersection of the rotary axes.

The proposed method analyses the volumetric errors of the machine tool according to two criteria: (1) variation of the relative position of the balls and (2) the positioning of the artefact as a group of balls. A point-to-point least squares adjustment is performed to fit the measured ball centre cluster to the predicted one where both clusters are treated as geometrically invariant.

The residual  $e_i$  after adjustment which is the difference between the adjusted and the predicted ball centre is written as follows [9]:

$$e_i = \varepsilon_i + \mathbf{D} + \mathbf{R} \times \text{OP}_{im} \quad (4.4)$$

where  $\mathbf{D}$  is the vector of three translational adjustments ( $[u \ v \ w]^T$ ) and  $\mathbf{R}$  is the vector of three small angular adjustments ( $[\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ ). Eq. (4.4) is solved with the objective of bringing  $e_i$  as close to zero as possible, so by posing  $e_i=0$  Eq. (4.4) becomes

$$\mathbf{D} + \mathbf{R} \times \text{OP}_{im} = -\varepsilon_i \quad (4.5)$$

which can be written in matrix form as

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{im} \\ y_{im} \\ z_{im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_{xi} \\ -\varepsilon_{yi} \\ -\varepsilon_{zi} \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Eq. (4.6) is rearranged in a classic system of linear equations to isolate the unknown adjustment parameters in one column matrix as in Eqs. (4.7) and (4.8).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_{im} & -y_{im} \\ 0 & 1 & 0 & -z_{im} & 0 & x_{im} \\ 0 & 0 & 1 & y_{im} & -x_{im} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_{xi} \\ -\varepsilon_{yi} \\ -\varepsilon_{zi} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\chi_i \tau = K_i \quad (4.8)$$

Simulation results show that if a one-ball only artefact is used the angular parameters are irrelevant and the solution is trivial ( $\text{rank}(\chi_i) = 3$ ). For two balls one angular parameter is redundant rendering the matrix singular ( $\text{rank}(\chi_i) = 5$ ). For three or more non-collinear balls a solution for all six parameters in Eq. (4.7) can be found. If Eq. (4.8) is written for  $n$  balls of the artefact by concatenating the  $\chi_i$  and  $K_i$  matrices vertically, the unknown adjustment parameters are found as follows:

$$\tau = (\chi^T \chi)^{-1} \chi^T K. \quad (4.9)$$

#### 4.4.1 Volumetric error analysis

The residuals of the least squares cluster fit, i.e. the relative coordinates of the predicted and the adjusted ball positions, are the errors of local distortion and they exclusively depend on the state of the linear axes since only they are involved in the measurement of the artefact for a given relocalisation. The linear and angular adjustments (**D** and **R**) of the artefact as a group of balls are called the error of relocalisation which depends on the state of both the linear and the rotary axes. It is anticipated that the errors originating from the rotary axes move the artefact as a group which generates an error of relocalisation whereas the errors of the linear axes can contribute to both the displacement of the artefact as a group and the individual ball errors causing both an error of relocalisation and an error of local distortion. Figure 4.2 shows a Z-axis view of the artefact shown in Figure 4.1 after the least squares adjustment and illustrates the two error types.

The error separation method is not applicable where there is no rotary axis between the artefact and the linear axes in the machine kinematic chain as is the case for a universal milling head.



## 4.5 Numerical validation of the volumetric error separation method

The machine, artefact, and the 175 locations described in Section 4.3.1 are used for the numerical validation of the error separation method. The artefact, the probe and the machine are assumed to have constant errors to form a volumetric error. However, for validation purposes, the machine's link errors are introduced one at a time to investigate separately their effect on the errors of relocalisation and local distortion. The setup and the link errors are identified simultaneously and the machine volumetric errors are calculated by removing the predicted setup errors from the probing results at each position thus using the estimated artefact geometry. Then the volumetric analysis explained in Section 4.4 is performed. In Table 4.2 the eight simulated link errors are given for an exemplary  $b=30^\circ$ ,  $c=60^\circ$  location. The total volumetric error and the error of local distortion columns indicate the maximum value of the four vector norms. The error of relocalisation is divided into linear and angular adjustment columns each of which presents the norm of the adjustment.

The simulation results show that all of the three squareness errors of the linear axes which are imposed separately cause an error of local distortion as well as an error of relocalisation. However, as expected, none of the rotary axes' errors result in an error of local distortion. An investigation of the effect of motion errors shows similar trends.

## 4.6 Experimental results

The experiments are conducted on the real counterpart of the previously simulated five-axis machine. The artefact is probed in eight locations ( $b=0^\circ$ ,  $c=0^\circ$ ); ( $b=45^\circ$ ,  $c=0^\circ$ ); ( $b=30^\circ$ ,  $c=60^\circ$ ); ( $b=15^\circ$ ,  $c=120^\circ$ ); ( $b=0^\circ$ ,  $c=180^\circ$ ); ( $b=-15^\circ$ ,  $c=240^\circ$ ); ( $b=-30^\circ$ ,  $c=300^\circ$ ) and ( $b=-45^\circ$ ,  $c=360^\circ$ ) and the data are used to estimate the setup and link errors. In order to evaluate the capability of the simultaneous calibration approach to correctly estimate the artefact geometry, the artefact is removed from the machine tool and measured on a CMM immediately after the on-machine probing. As the artefact is moved to the CMM the machine model origin  $O_0$  with respect to which the estimated artefact ball positions are defined is no longer available. Hence, a least squares fit is performed to match the estimated ball centres to the ones that are measured on the CMM. The maximum residual after the fitting is  $3.04 \mu\text{m}$ .

The estimated setup errors are used to calculate the predicted ball centres. These are compared with the on-machine measured positions using Eq. (4.3) to produce the volumetric errors. Note that because the artefact has no length standard the effect of the linear axes isotropic scale error is not present. Next the cluster analysis is applied to the volumetric errors and the results are shown in Table 4.3. The norms of the total volumetric error, the linear and angular adjustments of the error of relocalisation and the error of local distortion are presented. The maximum norm of the volumetric errors is 114.21  $\mu\text{m}$  and the maximum norms of the linear and angular adjustments of the artefact are 103.89  $\mu\text{m}$  and 54.13  $\mu\text{rad}$ , respectively. The error of local distortion's maximum norm is 7.50  $\mu\text{m}$ .

The results show that the linear axes' errors are present but are relatively small and that the error of relocalisation is much larger than the error of local distortion for the given machine at the given positions.

## 4.7 Conclusion

In this study, two procedures are proposed to investigate the volumetric errors of a five-axis machine tool. The first procedure is a simultaneous calibration which allows the estimation of the geometry of an uncalibrated reconfigurable 3D artefact through a model based approach that prevents the artefact from obscuring the effect of the machine link errors and resulting in a lower artefact uncertainty. In the second procedure a cluster analysis compares the measured ball centres to the predicted ones by a point-to-point least squares adjustment. The positioning of the artefact as a group of balls is called the error of relocalisation which originates from the errors of both the linear and the rotary axes. The residuals of the least squares adjustment, i.e. the individual errors of each ball, are called the error of local distortion and they solely depend on the state of the linear axes. The proposed method is validated by simulation. Experiments are conducted on a five-axis machine. The error of local distortion's maximum norm is 7.50  $\mu\text{m}$  and the maximum norm of the linear and angular adjustments of the artefact are 103.89  $\mu\text{m}$  and 54.13  $\mu\text{rad}$ , respectively. The method provides an easy and rapid diagnostic about the status of the linear and rotary axes of a five-axis machine excluding linear axes isotropic scale errors.

## 4.8 Acknowledgements

This work was funded by Pratt and Whitney Canada. The authors thankfully acknowledge the support of Guy Gironne and François Ménard with the experimental work.

## 4.9 References

- [1] Bringmann B, Knapp W (2006) Model-based 'Chase-the-Ball' Calibration of a 5-Axes Machining Center. *CIRP Annals-Manufacturing Technology* 55(1):531–534.
- [2] Woody BA, Smith KS, Hocken RJ, Miller JA (2007) A Technique for Enhancing Machine Tool Accuracy by Transferring the Metrology Reference from the Machine Tool to the Workpiece. *Journal of Manufacturing Science and Engineering Transactions of the ASME* 129(3):636–643.
- [3] Schwenke H, Knapp W, Haitjema H, Weckenmann A, Schmitt R, Delbressine F (2008) Geometric Error Measurement and Compensation of Machines-An Update. *CIRP Annals-Manufacturing Technology* 57(2):660–675.
- [4] Liebrich T, Bringmann B, Knapp W (2009) Calibration of a 3D-ball Plate. *Precision Engineering* 33(1):1–6.
- [5] Erkan T, Mayer R, Dupont Y (2009) Compensation for the Unknown Geometry of a Reconfigurable Uncalibrated 3D Ball Artefact for Five-axis Machine Volumetric Check. *Proceedings of the 24th ASPE Annual Meeting*, Monterey, CA.
- [6] Sartori S, Zhang GX (1995) Geometric Error Measurement and Compensation of Machines. *Annals of the CIRP* 44(5):599–609.
- [7] JCGM 100:2008. (2008) *Evaluation of the Measurement Data - Guide to the Expressions of Uncertainty in Measurement*. JCGM.
- [8] Abbaszadeh-Mir Y, Mayer JRR, Cloutier G, Fortin C (2002) Theory and Simulation for the Identification of the Link Geometric Errors for a Five-axis Machine Tool Using a Telescoping Magnetic Ball-bar. *International Journal of Production Research* 40(18):4781–4797.
- [9] Bourdet P, Clément A (1976) Controlling a Complex Surface with a 3 Axis Measuring Machine. *Annals of the CIRP* 25(1):359–361.

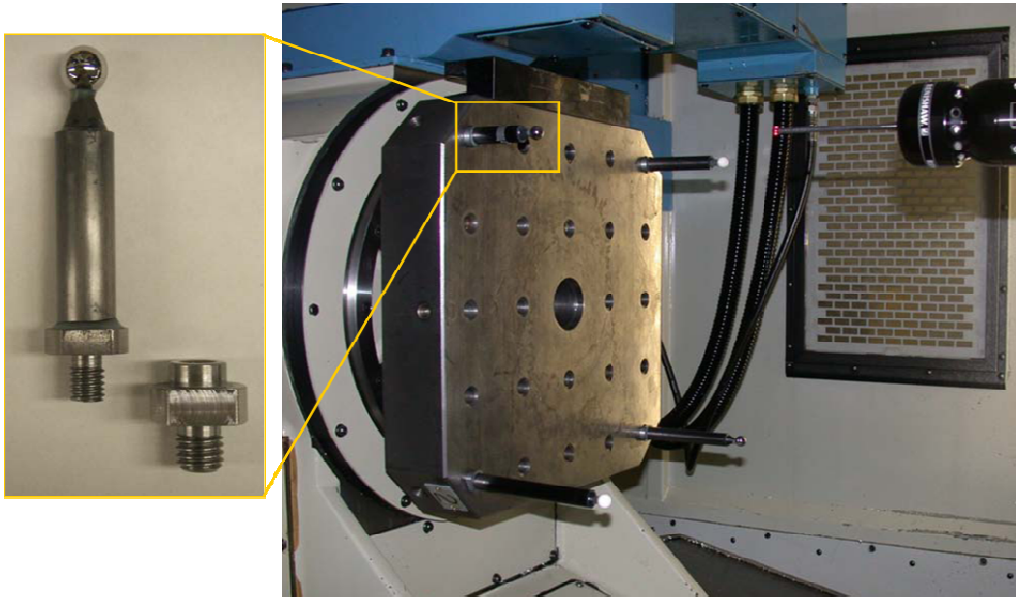


Figure 4.1 Artefact component and a four-ball artefact.

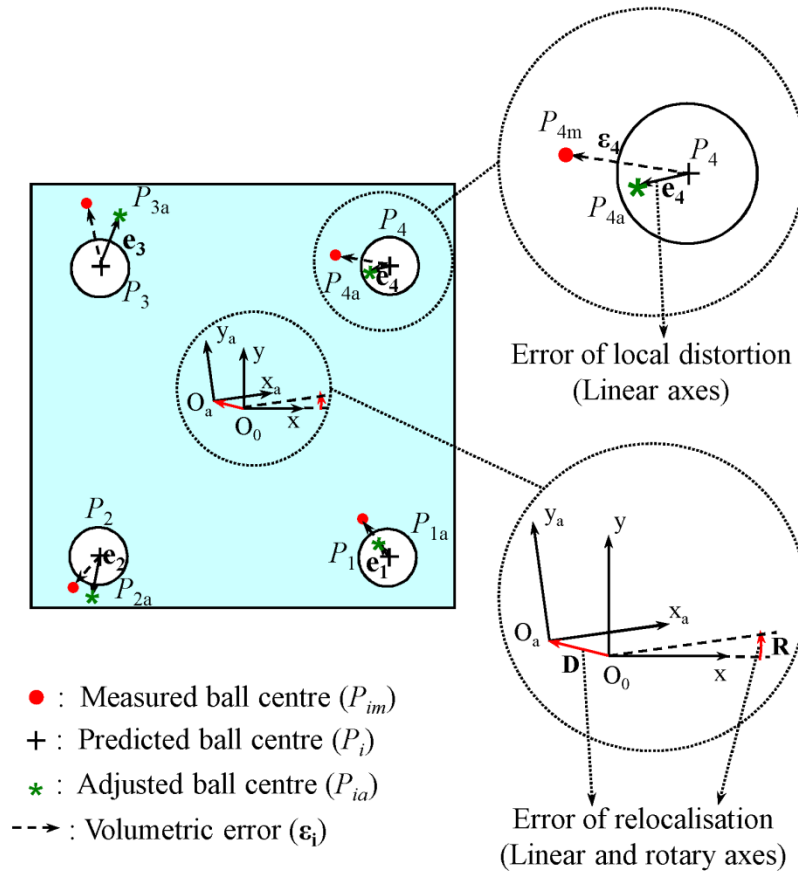


Figure 4.2 Cluster fitting of the measured ball centres to the predicted ones.

Table 4.1 Uncertainty of the setup errors.

<b>Contributor</b>	<b>Standard uncertainty (u) [<math>\mu\text{m}</math>]</b>	
	<b>Without machine estimation</b>	<b>With machine estimation</b>
Ball centre probing repeatability	0.31	0.31
Artefact stability with reorientation	0.80	0.80
Identification method		
Artefact	1.11	0.01
Probe	5.06	0.02
Combined standard uncertainty <sup>a</sup>		
Artefact	1.40	0.86
Probe	5.13	0.86
Expanded uncertainty U ( $k=2$ )		
Artefact	2.81	1.72
Probe	10.26	1.72

<sup>a</sup>Excluding the standard uncertainty due to the isotropic scale errors.

Table 4.2 Simulation results for  $b=30^\circ$ ,  $c=60^\circ$  location.

Axes	Simulated error parameter	Given value	Total volumetric error [ $\mu\text{m}$ ]	Error of relocalisation		Error of local distortion [ $\mu\text{m}$ ]
				Linear [ $\mu\text{m}$ ]	Angular [ $\mu\text{rad}$ ]	
Linear	Squareness XY	5 [ $\mu\text{rad}$ ]	1.09	0.25	2.98	0.54
	Squareness YZ	5 [ $\mu\text{rad}$ ]	1.76	1.89	4.65	0.29
	Squareness XZ	5 [ $\mu\text{rad}$ ]	2.39	1.81	0.82	0.44
Rotary	Orientation BX	5 [ $\mu\text{rad}$ ]	1.35	0.02	5.00	0.00
	Orientation BZ	5 [ $\mu\text{rad}$ ]	1.20	0.01	5.00	0.00
	Orientation CX	5 [ $\mu\text{rad}$ ]	1.32	0.02	5.00	0.00
	Orientation CB	5 [ $\mu\text{rad}$ ]	1.27	0.01	5.00	0.00
	Offset CB	5 [ $\mu\text{m}$ ]	5.00	5.00	0.00	0.00

Table 4.3 Experimental results.<sup>a</sup>

Rotary axes positions for the relocalisation		Total volumetric error [ $\mu\text{m}$ ]	Error of relocalisation		Error of local distortion [ $\mu\text{m}$ ]
<i>B</i> -axis [°]	<i>C</i> -axis [°]		Linear [ $\mu\text{m}$ ]	Angular [ $\mu\text{rad}$ ]	
0	0	105.32	95.40	32.19	4.78
45	0	107.05	103.89	53.78	7.03
30	60	110.97	100.86	54.13	7.08
15	120	106.47	97.75	40.58	7.36
0	180	110.08	99.55	49.48	6.21
−15	240	114.21	99.17	52.61	6.95
−30	300	106.58	99.52	29.66	7.50
−45	360	103.86	103.70	36.51	3.58

<sup>a</sup>In machine isotropic scale unit since the artefact has no length standard.



## CHAPITRE 5. DISCUSSION GÉNÉRALE

Les machines-outils à cinq axes répondent aux exigences de la fabrication d'aujourd'hui telles que l'augmentation du taux d'enlèvement de matière et la réduction significative des temps d'usinage et de montage. Cependant, les opérations d'inspection sur la pièce fabriquée constituent encore une grande partie du goulot d'étranglement de la chaîne de production.

La qualité d'une pièce est affectée directement par la qualité de la machine sur laquelle est usinée. Conséquemment, par la vérification périodique de la machine, les inspections directes sur les pièces peuvent être réduites.

Plusieurs chercheurs ont travaillé sur la mesure, la modélisation et la compensation des différentes sources d'erreur des machines multiaxes. Les instruments comme l'interféromètre laser qui mesurent séparément les paramètres d'erreur de chaque axe sont coûteux et difficiles à manipuler en requérant un personnel spécialisé et en réduisant le temps de production. De plus, les paramètres d'erreur ne sont pas des indicateurs directs de la conformité d'une pièce. Donc, cette approche ne sert pas à la vérification quotidienne des machines. L'approche volumétrique par le palpéage d'un artefact utilise le palpeur existant sur la plupart des machines et détermine rapidement des erreurs volumétriques. Cependant, les conceptions d'artefact dans la littérature sont surtout des pièces étalonnées sur une machine plus précise et mesurées pour déterminer l'erreur volumétrique de la machine cible. L'étalonnage doit être effectué périodiquement et le montage sur la machine doit assurer la répétabilité pour pouvoir comparer les valeurs d'étalonnage avec les résultats de palpéage sur machine. Ces artefacts délicats doivent être soigneusement manipulés, transportés et entreposés. Finalement, l'application d'un artefact sur les machines-outils à cinq axes n'est pas souvent examinée dans la littérature.

À la lumière des recherches et des inconvénients majeurs des artefacts existants, le but de cette étude était de vérifier la performance volumétrique des machines-outils à cinq axes par le palpéage d'un nouveau concept d'artefact. Un design d'artefact reconfigurable et non-étalonné constitué de billes de références, en anglais « Reconfigurable Uncalibrated Master Balls Artefact » ou RUMBA a été développé. Les modules d'artefact qui sont composés d'une tige en fibre de carbone et une sphère ont été montés directement dans les trous de filetage standard de la table de machine. On peut choisir leurs positions selon le volume dont la performance est examinée. Les

modules peuvent rester sur la table s'ils ne bloquent pas l'espace réservé pour la pièce ou bien ils peuvent être montés juste avant le palpé. Néanmoins, cette flexibilité a un coût qui est le manque de connaissance précise de la géométrie de l'artefact.

Dans un premier temps, un modèle mathématique a été construit pour séparer les erreurs de montage de l'artefact et du palpeur des erreurs volumétriques de la machine. Les HTMs fréquemment utilisées dans la modélisation d'erreur ont été générées avec les erreurs de montage et ces dernières ont été identifiées par la méthode de redondance multiple. Les erreurs volumétriques provenant de la machine ont été prédites en excluant les effets des erreurs de montage. Après les résultats des simulations et des essais, une erreur de machine, l'entraxe (distance entre deux axes rotatifs), a été ajoutée dans le modèle pour une meilleure identification des erreurs de montage et par conséquent, pour une meilleure estimation des erreurs volumétriques.

Les résultats de l'essai de validation sur une MMT ont montré que la géométrie de l'artefact était bien estimée avec une norme maximale d'erreur de  $7.4 \mu\text{m}$ . La plus grande norme de l'erreur volumétrique restante est de  $112.1 \mu\text{m}$ . Cependant, cette valeur est appelée «distorsion volumétrique» plutôt que «erreur volumétrique», car, avec un artefact non-étalonné, les valeurs mesurées sont en unité de machine. Un changement relatif entre les échelles des axes linéaires est observable, alors qu'un changement isotropique ne peut pas être détecté.

Les simulations Monte Carlo sont employées pour l'analyse d'incertitude. L'incertitude des erreurs de montage de l'artefact et du palpeur en fonction de la répétabilité de palpé, la stabilité d'artefact et la méthode d'identification a été évaluée. Les résultats montrent que l'estimation simultanée des erreurs de membrure avec les erreurs de montage empêche l'artefact et le palpeur d'expliquer les erreurs de la machine et améliore l'estimation des erreurs de montage et la prédiction des erreurs volumétriques.

Les distorsions volumétriques fournissent une information très précieuse de la performance d'une machine-outil. Elles peuvent être employées pour le suivi de l'état de la machine d'un jour à l'autre. Si une distorsion imprévue se produit, les sources d'erreur peuvent être explorées en détail. Après avoir déterminé les distorsions volumétriques, cette thèse suggère différents types d'analyse pour déterminer les sources d'erreur.

L'analyse volumétrique sépare les erreurs causées par les axes linéaires et les axes rotatifs en employant un ajustement des moindres carrés point à point entre le groupe des centres mesurés et prédits des billes. La variation de la position relative des billes est appelée «l'erreur de distorsion locale» et est affectée seulement par les erreurs des axes linéaires. Le positionnement de l'artefact comme un groupe de billes est appelé «l'erreur de relocalisation» et est affecté par les erreurs des axes linéaires et des axes rotatifs. Il est important de noter que cette analyse peut aussi être effectuée avec un artefact étalonné, entre le groupe des centres mesurés et étalonnés des billes. Les recherches précédentes ont été concentrées sur la procédure d'identification complexe des paramètres d'erreur. Cependant, avec l'analyse volumétrique, un diagnostic simple et rapide a été proposé pour un jugement préliminaire de la source d'erreur.

L'analyse des distances (Annexe A) présente l'information de l'état des axes linéaires. Elle évalue le changement des distances d'une localisation d'artefact à l'autre en excluant la relocalisation erronée créée par les axes rotatifs. On ne doit même pas identifier les erreurs de montage, car elles sont acceptées constantes et ne causent pas de changement des distances d'une position à l'autre. Bien qu'elle soit très simple, cette analyse donne une idée de la grandeur d'erreur causée par les axes linéaires.

L'identification des erreurs de membrure de la machine en construisant les HTMs et la matrice jacobienne a été le sujet de plusieurs recherches. L'application de ce modèle mathématique aux données volumétrique du palpé du RUMBA a été effectuée comme une dernière analyse (Annexe B). Les valeurs de l'entraxe et de la perpendicularité entre l'axe  $X$  et  $Y$  ont été comparées avec les résultats obtenus par les méthodes directes et montrent un bon accord. Les erreurs de membrure sont utilisées pour prédire les erreurs volumétriques de la machine dans d'autres positions qui ne sont pas incluses dans le modèle d'estimation. La capacité prédictive des erreurs de membrure et les erreurs restantes ont été calculées.

## **CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS**

En conclusion, cette thèse a présenté une série de méthodes pour la vérification volumétrique d'une machine-outil à cinq axes par palpation d'artefact sphériques. L'artefact et les méthodes proposées peuvent être facilement appliqués dans un environnement de production et permettent de déterminer rapidement, en moins de 15 minutes, l'état volumétrique de la machine-outil.

Les contributions de la présente recherche dans le domaine de métrologie des machines-outils sont :

- un design d'artefact original, reconfigurable et non-étalonné constitué de billes de références qui surmonte les inconvénients des artefacts dans la littérature et dans le marché;
- un modèle mathématique qui sépare les erreurs de montage de l'artefact et du palpeur des erreurs volumétriques de la machine;
- une analyse d'incertitude pour examiner l'effet des erreurs de membrure sur les erreurs de montage;
- une analyse volumétrique qui permet de séparer les erreurs des axes linéaires et des axes rotatifs en effectuant un ajustement des moindres carrés entre les centres mesurés et prédits des billes;
- une analyse des distances entre les billes qui exclut le mauvais positionnement de l'artefact causé par les erreurs des axes rotatifs et ne considère que l'effet des axes linéaires qui sont actifs pendant le palpation;
- un modèle mathématique qui identifie les erreurs de membrure en utilisant la matrice jacobienne et prédit les erreurs volumétriques à d'autres positions du volume de travail.

### **Travaux futurs**

Puisqu'une nouvelle conception d'artefact et les analyses associées à celle-ci ont été présentées, il existe encore divers aspects à explorer. Les suggestions pour les travaux futurs sont comme suit :

- concevoir une barre étalonnée (barre à double billes), la mesurer sur la machine-outil et ajouter cette mesure dans le modèle mathématique pour donner une traçabilité aux résultats volumétriques;
- identifier les gains d'échelle à l'aide du palpé de la barre à double billes;
- effectuer une analyse d'incertitude plus complète en cherchant, par exemple, l'effet des erreurs de mouvement sur les erreurs de montage identifiées;
- vérifier l'identification de toutes les erreurs de membrure en les comparant avec les résultats des approches paramétriques directes;
- analyser l'effet de position des modules d'artefact et de position des axes rotatifs sur la prédiction des erreurs volumétriques.

## RÉFÉRENCES

- [1] A. H. Slocum, *Precision machine design*, Dearborn, Michigan: Society of Manufacturing Engineers, 1992.
- [2] W. T. Lei et Y. Y. Hsu, "Error measurement of five-axis CNC machines with 3D probe-ball," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 139, no. 1-3 SPEC, pp. 127-133, 2003.
- [3] Y. Abbaszadeh-Mir, J. R. R. Mayer, G. Cloutier, et C. Fortin, "Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar," *International Journal of Production Research*, vol. 40, no. 18, pp. 4781-4797, 2002.
- [4] V. S. B. Kiridena et P. M. Ferreira, "Kinematic modeling of quasistatic errors of three-axis machining centers," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 34, no. 1, pp. 85-100, 1994.
- [5] G. H. J. Florussen, F. L. M. Delbressine, M. J. G. Van de Molengraft, et P. H. J. Schellekens, "Assessing geometrical errors of multi-axis machines by three-dimensional length measurements," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 30, no. 4, pp. 241-255, 2001.
- [6] J. Mou et C. R. Liu, "Adaptive methodology for machine tool error correction," *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME*, vol. 117, no. 3, pp. 389-399, 1995.
- [7] R. Ramesh, M. A. Mannan, et A. N. Poo, "Error compensation in machine tools - a review. Part I: Geometric, cutting-force induced and fixture-dependent errors," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 40, no. 9, pp. 1235-1256, 2000.
- [8] H. Schwenke, W. Knapp, H. Haitjema, A. Weckenmann, R. Schmitt, et F. Delbressine, "Geometric error measurement and compensation of machines-An update," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 57, no. 2, pp. 660-675, 2008.

- [9] Y. Abbaszadeh-Mir, J. R. R. Mayer, et C. Fortin, "Methodology and simulation of the calibration of a five-axis machine tool link geometry and motion errors using polynomial modelling and a telescoping magnetic ball-bar," *Southampton, United Kingdom*, 2003, pp. 527-543.
- [10] W. T. Lei et Y. Y. Hsu, "Accuracy enhancement of five-axis CNC machines through real-time error compensation," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 43, no. 9, pp. 871-877, 2003.
- [11] A. K. Srivastava, S. C. Veldhuis, et M. A. Elbestawit, "Modelling geometric and thermal errors in a five-axis CNC machine tool," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 35, no. 9, pp. 1321-1337, 1995.
- [12] S. Weikert, "R-test, a new device for accuracy measurements on five axis machine tools," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 53, no. 1, pp. 429-432, 2004.
- [13] S. C. Veldhuis, "Modeling and compensation of errors in five-axis machining," Ph.D, McMaster University, Hamilton, Ontario, 1998.
- [14] V. S. B. Kiridena et P. M. Ferreira, "Computational approaches to compensating quasistatic errors of three-axis machining centers," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 34, no. 1, pp. 127-145, 1994.
- [15] R. Ramesh, M. A. Mannan, et A. N. Poo, "Error compensation in machine tools - a review. Part II: Thermal errors," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 40, no. 9, pp. 1257-1284, 2000.
- [16] G. X. Zhang et Y. F. Zang, "Method for machine geometry calibration using 1-D ball array," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 40, 1991, pp. 519-522.
- [17] J. B. De Aquino Silva et M. Burdekin, "A modular space frame for assessing the performance of co-ordinate measuring machines (CMMs)," *Precision Engineering*, vol. 26, no. 1, pp. 37-48, 2002.
- [18] E.-S. Lee, S.-H. Suh, et J.-W. Shon, "Comprehensive method for calibration of volumetric positioning accuracy of CNC-machines," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 14, no. 1, pp. 43-49, 1998.

- [19] A. C. Okafor et Y. M. Ertekin, "Vertical machining center accuracy characterization using laser interferometer Part 1. Linear positional errors," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 105, no. 3, pp. 394-406, 2000.
- [20] J. B. Bryan, "Simple method for testing measuring machines and machine tools. Part 1: Principles and applications," *Precision Engineering*, vol. 4, no. 2, pp. 61-69, 1982.
- [21] W. T. Lei et Y. Y. Hsu, "Accuracy test of five-axis CNC machine tool with 3D probe-ball. Part I: Design and modeling," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 42, no. 10, pp. 1153-1162, 2002.
- [22] S. H. H. Zargarbashi et J. R. R. Mayer, "Assessment of machine tool trunnion axis motion error, using magnetic double ball bar," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 46, no. 14, pp. 1823-1834, 2006.
- [23] B. Bringmann et W. Knapp, "Model-based 'Chase-the-Ball' calibration of a 5-axes machining center," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 55, no. 1, pp. 531-534, 2006.
- [24] S. H. H. Zargarbashi et J. R. R. Mayer, "Single setup estimation of a five-axis machine tool eight link errors by programmed end point constraint and on the fly measurement with Capball sensor," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 49, no. 10, pp. 759-766, 2009.
- [25] J. F. Ouyang et I. S. Jawahir, "Ball array calibration on a coordinate measuring machine using a gage block," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 16, no. 4, pp. 219-229, 1995.
- [26] E. S. Lee et M. Burdekin, "A hole-plate artifact design for the volumetric error calibration of CMM," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 17, no. 7, pp. 508-515, 2001.
- [27] C. K. Lim et M. Burdekin, "Rapid volumetric calibration of coordinate measuring machines using a hole bar artefact," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, vol. 216, no. 8, pp. 1083-1093, 2002.



- [28] S. Sartori et G. X. Zhang, "Geometric error measurement and compensation of machines," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 44, no. 2, pp. 599-609, 1995.
- [29] W. Knapp, U. Tschudi, et A. Bucher, "Comparison of different artefacts for interim coordinate-measuring machine checking: a report from the Swiss Standards Committee," *Precision Engineering*, vol. 13, no. 4, pp. 277-291, 1991.
- [30] S. D. Phillips, D. Sawyer, B. Borchardt, D. Ward, et D. E. Beutel, "Novel artifact for testing large coordinate measuring machines," *Precision Engineering*, vol. 25, no. 1, pp. 29-34, 2001.
- [31] B. Bringmann, et A. Kung, "A measuring artefact for true 3D machine testing and calibration," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 54, no. 1, pp. 471-474, 2005.
- [32] J. P. Choi, B. K. Min, et S. J. Lee, "Reduction of machining errors of a three-axis machine tool by on-machine measurement and error compensation system," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 155-156, no. 1-3, pp. 2056-2064, 2004.
- [33] V. S. B. Kiridena et P. M. Ferreira, "Parameter estimation and model verification of first order quasistatic error model for three-axis machining centers," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 34, no. 1, pp. 101-125, 1994.
- [34] X. Y. Mao, B. Li, H. M. Shi, H. Q. Liu, et P. G. Li, "A new technique for directly measuring the position errors of a 3-axis machine. Part 2: Application," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 35, no. 11-12, pp. 1085-1089, 2008.
- [35] P. A. C. Miguel et T. G. King, "Co-ordinate measuring machines. Concept, classification and comparison of performance tests," *International Journal of Quality and Reliability Management*, vol. 12, no. 8, pp. 48-63, 1994.
- [36] H. Kunzmann, E. Trapet, et F. Wäldele, "A uniform concept for calibration, acceptance test, and periodic inspection of coordinate measuring machines using reference objects " *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 39, no. 1, pp. 561-564, 1990.

- [37] G. N. Peggs et P. A. McKeown, "Creating a Standards Infrastructure for Co-Ordinate Measurement Technology in the UK," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 38, no. 1, pp. 521-523, 1989.
- [38] E. Trapet et F. Wäldele, "A reference object based method to determine the parametric error components of coordinate measuring machines and machine tools," *Measurement*, vol. 9, no. 1, pp. 17-22, 1991.
- [39] J. S. Agapiou et H. Du, "Assuring the day-to-day accuracy of coordinate measuring machines-a comparison of tools and procedures," *Journal of Manufacturing Processes*, vol. 9, no. 2, pp. 109-120, 2007.
- [40] J. P. Kruth, P. Vanherck, et L. De Jonge, "Self-calibration method and software error correction for three-dimensional coordinate measuring machines using artefact measurements," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 14, no. 2, pp. 157-167, 1994.
- [41] A. R. Sousa et C. A. Schneider, "A comparison between laser interferometric and calibrated artifacts for the geometric test of machine tools," *Florianopolis, Brazil*, vol. 4420, 2001, pp. 70-78.
- [42] B. Li, X. Y. Mao, H. M. Shi, H. Q. Liu, X. Li, et P. G. Li, "A new method for directly measuring the position errors of a three-axis machine. Part 1: Theory," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 35, no. 11-12, pp. 1079-1084, 2008.
- [43] B. A. Woody, K. S. Smith, R. J. Hocken, et J. A. Miller, "A technique for enhancing machine tool accuracy by transferring the metrology reference from the machine tool to the workpiece," *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 129, no. 3, pp. 636-643, 2007.
- [44] J. B. De Aquino Silva, R. J. Hocken, J. A. Miller, G. W. Caskey, et P. Ramu, "Approach for uncertainty analysis and error evaluation of four-axis co-ordinate measuring machines," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 41, no. 11-12, pp. 1130-1139, 2009.

- [45] T. Liebrich, B. Bringmann, et W. Knapp, "Calibration of a 3D-ball plate," *Precision Engineering*, vol. 33, no. 1, pp. 1-6, 2009.
- [46] A. C. Okafor et Y. M. Ertekin, "Derivation of machine tool error models and error compensation procedure for three axes vertical machining center using rigid body kinematics," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 40, no. 8, pp. 1199-1213, 2000.
- [47] J.-H. Jung, J.-P. Choi, et S.-J. Lee, "Machining accuracy enhancement by compensating for volumetric errors of a machine tool and on-machine measurement," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 174, no. 1-3, pp. 56-66, 2006.
- [48] M. A. Donmez, D. S. Blomquist, R. J. Hocken, C. R. Liu, et M. M. Barash, "A general methodology for machine tool accuracy enhancement by error compensation," *Precision Engineering*, vol. 8, no. 4, pp. 187-196, 1986.
- [49] R. Hocken, J. A. Simpson, B. Borchardt, J. Lazar, C. Reeve, et P. Stein, "Three dimensional metrology," *Annals of the CIRP*, vol. 26, no. 2, pp. 403-408, 1977.
- [50] J. A. Soons, F. C. Theuws, et P. H. Schellekens, "Modeling the errors of multi-axis machines. A general methodology," *Precision Engineering*, vol. 14, no. 1, pp. 5-19, 1992.
- [51] H. Jae Pahk, Y. Sam Kim, et J. Hee Moon, "A new technique for volumetric error assessment of CNC machine tools incorporating ball bar measurement and 3D volumetric error model," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 37, no. 11, pp. 1583-1596, 1997.
- [52] R. Andrian, "Analyse des dispersions quasi-statiques des machines-outils multi-axes," Ph.D, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, 2001.
- [53] B. Bringmann et W. Knapp, "Machine tool calibration: Geometric test uncertainty depends on machine tool performance," *Precision Engineering*, vol. 33, no. 4, pp. 524-529, 2009.

# **ANNEXE A – Linear Axes Performance Check on a Five-Axis Machine Tool by Probing an Uncalibrated Artefact**

T. Erkan and J.R.R. Mayer

Département de génie mécanique, École Polytechnique de Montréal, C.P. 6079, Station  
Downtown, H3C 3A7 Montréal (QC), Canada

36<sup>th</sup> International MATADOR Conference, 2010, Manchester, UK

## **A.1 Abstract**

In this paper, a method is proposed for a rapid performance check of the three linear axes of a five-axis machine by probing a reconfigurable uncalibrated 3D master ball based artefact. The artefact composed of independent master balls is assembled directly to the machine table thus providing flexibility in the number and positions of the balls according to the machine topology and geometry. However, this reconfigurability attribute hinders precise knowledge of artefact's geometry, so it is uncalibrated. During a test, both rotary axes move to obtain the desired location (relocalisation) of the artefact. Then, for each relocalisation the linear axes are used to perform the probing. A distance based analysis is conducted for the performance check of the linear axes. The analysis is limited to the artefact geometry distortion and not its location thus excluding the potentially erroneous artefact relocalisation accomplished by the rotary axes. Tests are conducted in a laboratory on a five-axis horizontal machine. The results show that the artefact and the proposed method provide a practical tool for assessing the volumetric distortion of linear axes of a five-axis machine.

*Keywords:* Five-axis machine tool; linear axes errors; on-machine probing; ball artefact

## **A.2 Introduction**

Five-axis machine tools allow high productivity for the machining of large and complex monolithic parts such as those found in the aerospace field. They offer a significant reduction in

the number of required setups by orienting the tool relative to the workpiece with two rotary axes. There are different methods for the performance evaluation of a five-axis machine. One of them is the parametric method where the error parameters are measured individually. It requires special instrument and experienced personnel. The other is the volumetric method where the effects of all error parameters are measured in combination. One method involves the measurement of an artefact using on-machine probing to obtain the machine volumetric status.

Artefacts are widely used for coordinate measuring machine (CMM) performance evaluation [1-3]. De Aquino Silva et al. [3] designed an uncalibrated ball artefact for volumetric error evaluation and uncertainty analysis of a four-axis CMM. The measured ball centre coordinates at the first location of the artefact were accepted as the nominal values. From that initial data, the nominal coordinates for other measurement locations were calculated. The difference between the measured and the calculated coordinates were used to explain the volumetric errors of the CMM.

Most machine tools also have on-machine probing capability, usually used for part setup compensation. However, the idea of using a three-dimensional probe for machine tool inspection reaches back into the early 1980s. A calibrated cube array artefact composed of eight cubes was proposed by Choi et al. [4] to quickly assess the positioning errors of a three-axis machine tool. Bringmann and Kung [5] created a pseudo 3D artefact by mounting a 2D ball plate in different locations for fast testing and calibration of machine tools, robots and CMMs with three linear axes. The precise translational and rotary shifts between locations were assured using kinematic couplings which have high repeatability. Woody et al. [6] developed a technique to transfer the accuracy of a CMM to a machine tool by measuring a part with fiducials both on the CMM and on the machine tool.

In previous studies on machine tools, the artefacts were used as standard parts which were calibrated on CMMs and then measured on machine tools to evaluate their performance. In this paper a volumetric error analysis for linear axes of five-axis machine tools is presented. Section A.3 presents the uncalibrated 3D ball artefact on which the probing is performed. Section A.4 addresses the distance based analysis. The experimental results are given in Section A.5 followed by a conclusion.

### A.3 Artefact design

The artefact is designed to exploit the on-machine probing capability to perform a rapid volumetric assessment of the machine [7]. It is composed of independent (unconnected) master balls mounted at the tips of rods of different lengths forming a 3D artefact. One of the most important characteristics of the artefact is its reconfigurability. The machine table becomes an integral part of the artefact with the rods screwed directly to its standard threaded fixturing holes. Therefore, it provides flexibility in the number and positions of the balls within the machine working and probing envelop. Figure A.1 shows an artefact component and components mounted on a machine table forming a four-ball artefact.

This reconfigurability attribute hinders precise knowledge of the artefact's geometry, so it is uncalibrated.

### A.4 Distance based analysis

The artefact is aimed at a five-axis machine with three linear and two rotary axes. During a test, both rotary axes move to obtain the desired position (relocalisation) of the artefact. Then, for each relocalisation the linear axes are used to perform the probing. A distance based analysis which takes into consideration the variation of the distances between the master balls is performed. The distance  $d_{ij}$  between the ball  $i$   $b_i$  and the ball  $j$   $b_j$  is calculated as

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (\text{A.1})$$

where  $x_i$ ,  $y_i$  and  $z_i$  are the measured centre coordinates of  $b_i$ . Since the artefact is uncalibrated there is no reference length, so as an alternative the deviation of the distance between  $b_i$  and  $b_j$  for the  $k^{th}$  location of the artefact from the mean is calculated as

$$\varepsilon_{ij,k} = d_{ij,k} - \overline{d_{ij}} \quad (\text{A.2})$$

where  $d_{ij,k}$  is the measured distance for location  $k$  and

$$\overline{d_{ij}} = \frac{\sum_{k=1}^n d_{ij,k}}{n} \quad (\text{A.3})$$

where  $n$  is the number of locations. Figure A.2 illustrates the six distances of a four-ball.

The distance method analyses the artefact geometric distortion from one location to another and not its location and so excludes the potentially erroneous artefact relocalisation accomplished by the rotary axes. In other terms, it only considers the effect of linear axes (which are active during artefact probing) and of course any artefact deformation.

The method does not require a calibrated artefact as long as the artefact stability is ensured. In order to evaluate the artefact stability at different orientations during a measurement session the artefact in Figure A.1 including the balls and the machine table was brought to a CMM and measured for three orientations with the objective of generating gravity induced ball rod deflections: one horizontal where the machine table is mounted parallel to the CMM table, and two vertical where the machine pallet is mounted perpendicular to the CMM table with two orientations ( $0^\circ$  and  $180^\circ$ ). The deformation range of the artefact geometry was  $\pm 1.5 \mu\text{m}$  [7].

## A.5 Experimental results

The experiments are conducted on a five-axis horizontal machine with WCBXFZYT topology. The four-ball artefact is probed in fourteen locations ( $b=45^\circ, c=0^\circ$ ); ( $b=45^\circ, c=30^\circ$ ); ( $b=30^\circ, c=60^\circ$ ); ( $b=30^\circ, c=90^\circ$ ); ( $b=15^\circ, c=120^\circ$ ); ( $b=15^\circ, c=150^\circ$ ); ( $b=0^\circ, c=0^\circ$ ); ( $b=0^\circ, c=180^\circ$ ); ( $b=-15^\circ, c=210^\circ$ ); ( $b=-15^\circ, c=240^\circ$ ); ( $b=-30^\circ, c=270^\circ$ ); ( $b=-30^\circ, c=300^\circ$ ); ( $b=-45^\circ, c=330^\circ$ ) and ( $b=-45^\circ, c=360^\circ$ ) and the measured centre coordinates of each ball at each location are used to calculate the six distances. In order to determine the repeatability, the relocalisation sequence was repeated five times and measurements were taken each time. Figure A.3 to Figure A.6 show the variation of selected distances given in Figure A.2 ( $d_{12}$ ,  $d_{23}$ ,  $d_{34}$  and  $d_{41}$ , respectively) as a function of the rotary axes' locations and for successive measurement runs.

The figures indicate a symmetric variation tendency with respect to the  $b=0^\circ$  location. In fact, left and right hand side locations of  $b=0^\circ$  generate the same vector components' magnitudes  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , and  $\Delta z$  between the balls. Figure A.7 illustrates how  $c=0^\circ$  and  $c=180^\circ$  as well as  $c=120^\circ$  and  $c=240^\circ$  correspond to the same  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , and  $\Delta z$  for  $d_{12}$ ,  $d_{23}$ ,  $d_{34}$  and  $d_{41}$ . In addition,  $d_{12}$  and  $d_{34}$  (also  $d_{23}$  and  $d_{41}$ ) have similar variations as their vector components' magnitudes are alike.

As seen on Figure A.8 and Figure A.9 for  $d_{13}$  and  $d_{24}$  the variation is rather cyclic because these distances pass through the centre of rotation. They generate the same  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , and  $\Delta z$  between

$c=0^\circ$ - $180^\circ$  and  $c=180^\circ$ - $360^\circ$ . For example, in Figure A.7  $d_{24}$ 's components' magnitudes at  $c=120^\circ$  are identical to the ones at  $c=300^\circ$  instead of  $c=240^\circ$ .

The behaviour presented above may indicate dominance of scaling errors of the linear axes, because the scaling errors produce the same effect provided that  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , and  $\Delta z$  covered by the linear axes from one ball to another at one location remain the same at another location even though the orientation changes. However, this behaviour should be analysed in detail by simulating the scale and squareness errors of the linear axes. It could also suggest optimal locations to reveal key error sources.

The results show that the maximum distance variation range is  $24.4 \mu\text{m}$  for  $d_{24}$  and the maximum range between each run is  $6 \mu\text{m}$  for  $d_{23}$  at  $b=30^\circ$ ,  $c=60^\circ$ .

## A.6 Conclusion

In this study a distance based analysis is applied to an uncalibrated artefact that is probed on a five-axis machine. The method excludes any erroneous location caused by the rotary axes and provides the artefact geometry distortion affected only by the linear axes and the artefact stability. The results show that the artefact and the proposed method provide a rapid and practical tool for assessing the volumetric distortion of linear axes of a five-axis machine. Further work is required to assess how typical machine error sources affect the distance measured. It could also suggest optimal locations to maximize the observable effects.

## A.7 Acknowledgement

This work was funded by Pratt and Whitney Canada. The authors thankfully acknowledge the support of Guy Gironne with the experimental work.

## A.8 References

- [1] Zhang GX, Zang YF, (1991) Method for machine geometry calibration using 1-D ball array. CIRP Annals-Manufacturing Technology 40/1:519-522
- [2] De Aquino Silva JB, Burdekin M, (2002) A modular space frame for assessing the performance of co-ordinate measuring machines (CMMs). Precision Engineering 26/1:37-48



- [3] De Aquino Silva JB, Hocken RJ, Miller JA, Caskey GW, Ramu P, (2009) Approach for uncertainty analysis and error evaluation of four-axis co-ordinate measuring machines. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 41/11-12:1130-1139
- [4] Choi JP, Min BK, Lee SJ, (2004) Reduction of machining errors of a three-axis machine tool by on-machine measurement and error compensation system. *Journal of Materials Processing Technology* 155-6/1-3:2056-2064
- [5] Bringmann B, Kung A, (2005) A measuring artefact for true 3D machine testing and calibration. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*. 54/1:471-474
- [6] Woody BA, Smith KS, Hocken RJ, Miller JA, (2007) A technique for enhancing machine tool accuracy by transferring the metrology reference from the machine tool to the workpiece. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*. 129/3:636-643
- [7] Erkan T, Mayer JRR, Dupont Y, (2009) Reconfigurable uncalibrated 3D ball artefact for five-axis machine volumetric check. *Proceedings of the 9th International Conference and Exhibition on laser metrology, machine tool, CMM and robotic performance LAMDAMAP 2009*, London, UK. Bedford: Euspen 19-27

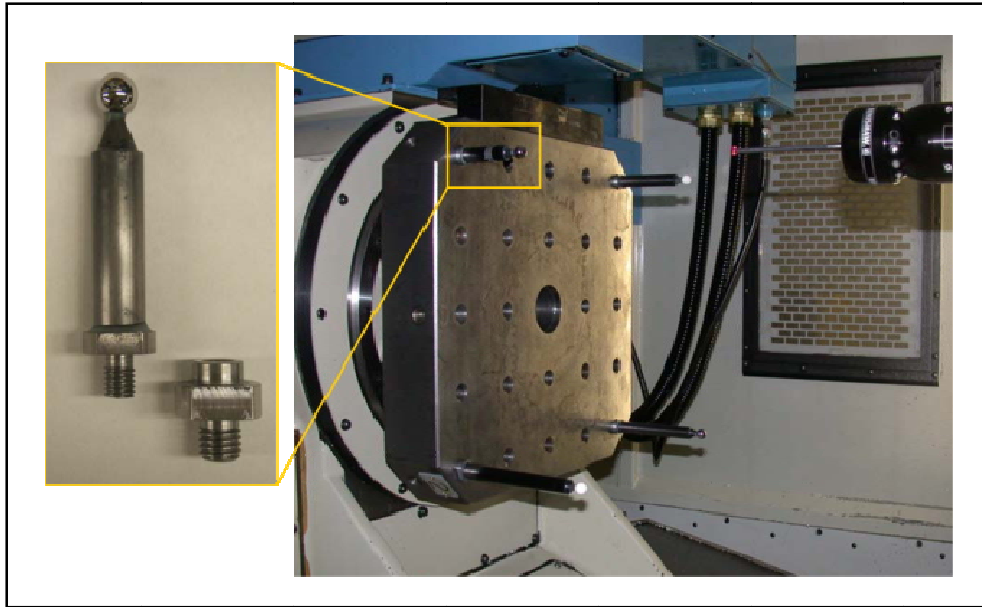


Figure A.1 Artefact component and a four-ball artefact.

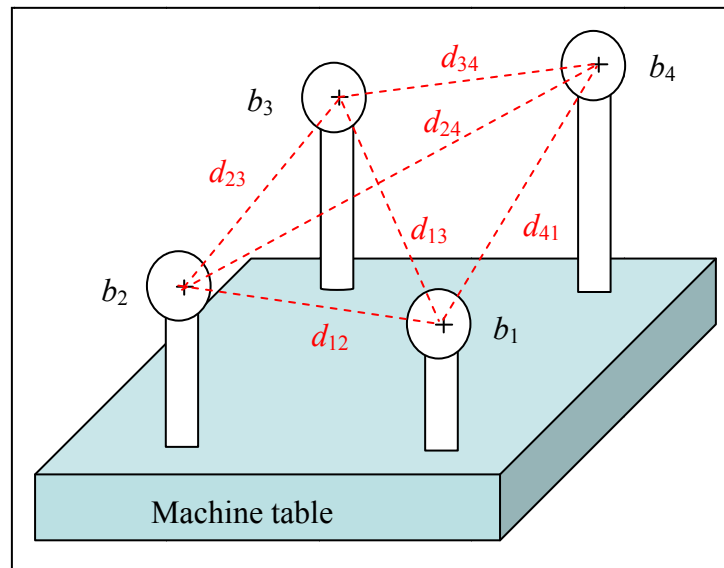
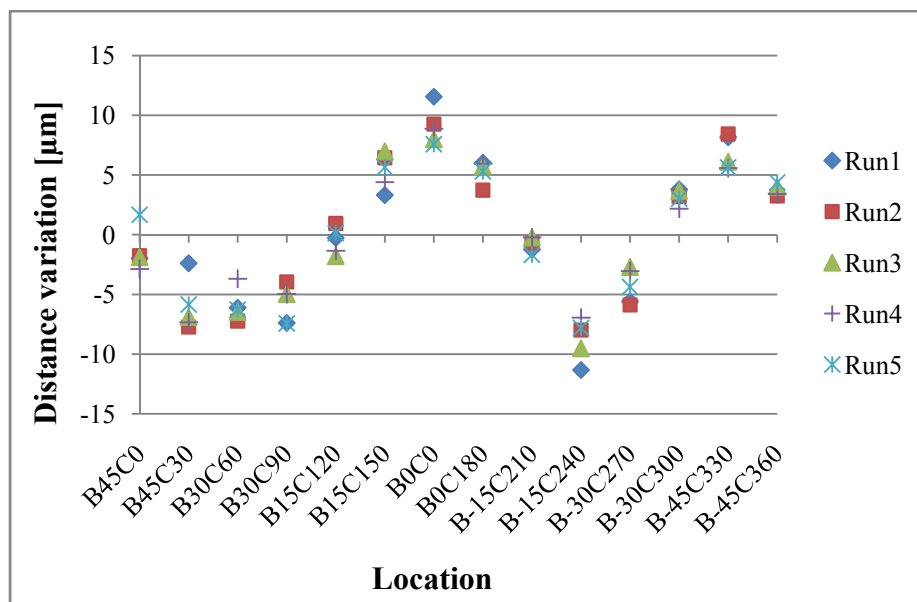
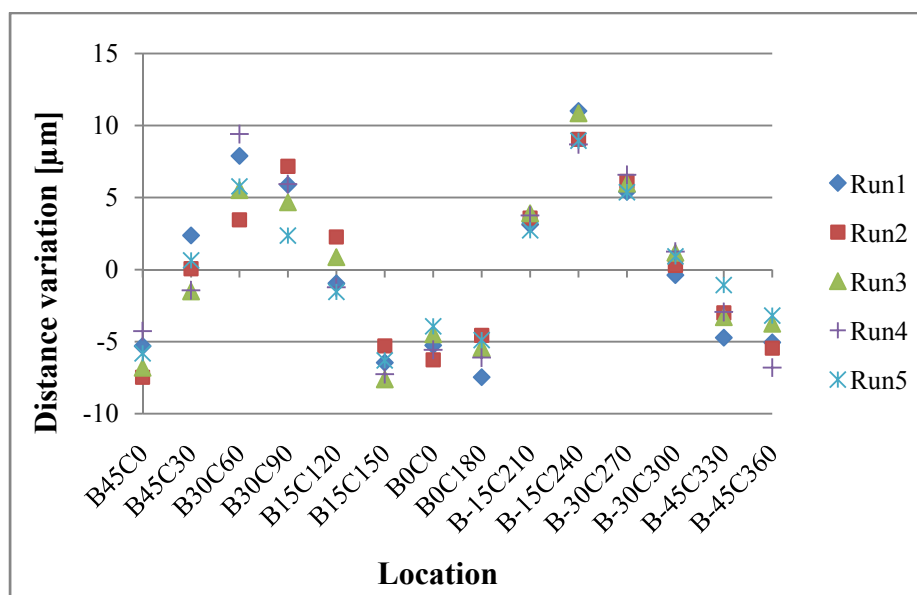
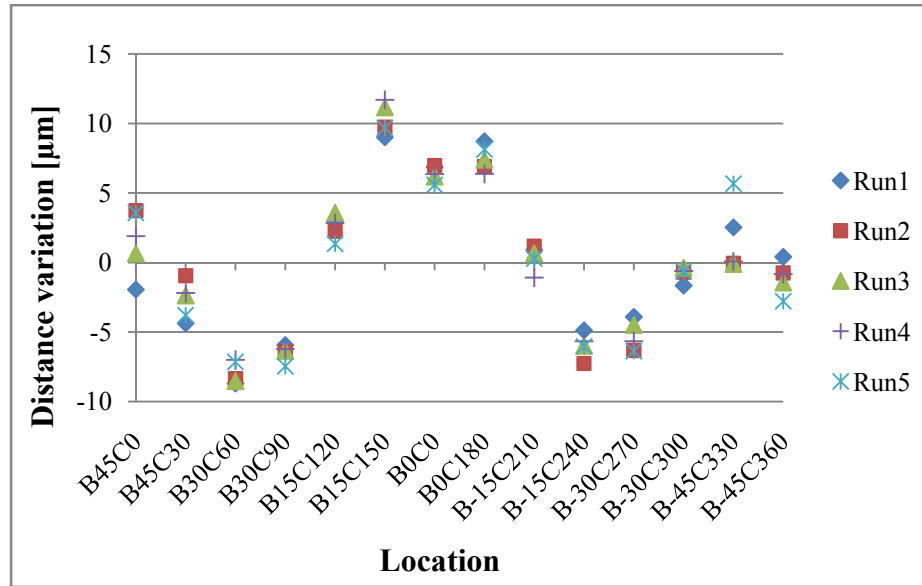
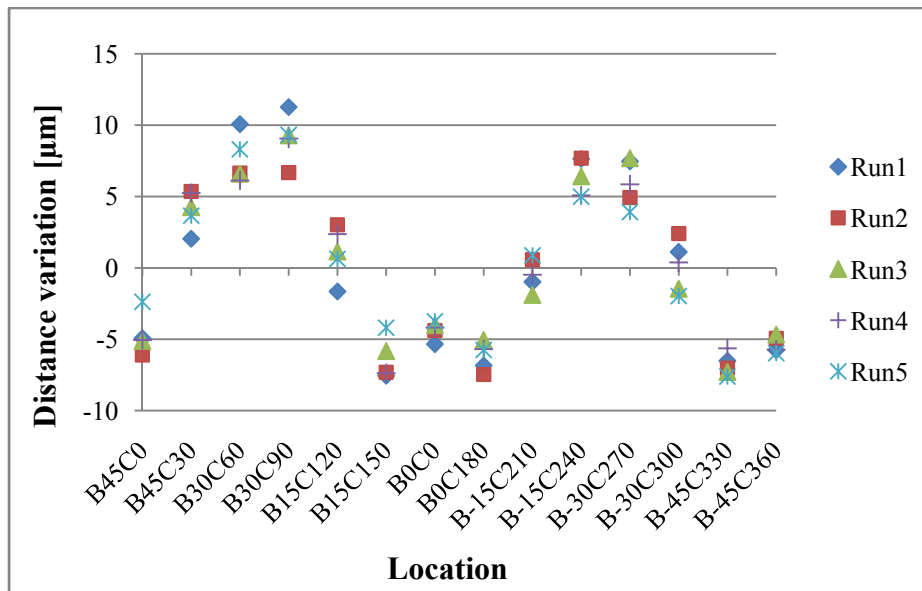


Figure A.2 Distance analysis on a four-ball artefact.

Figure A.3 Variation of  $d_{12}$ .Figure A.4 Variation of  $d_{23}$ .

Figure A.5 Variation of  $d_{34}$ .Figure A.6 Variation of  $d_{41}$ .

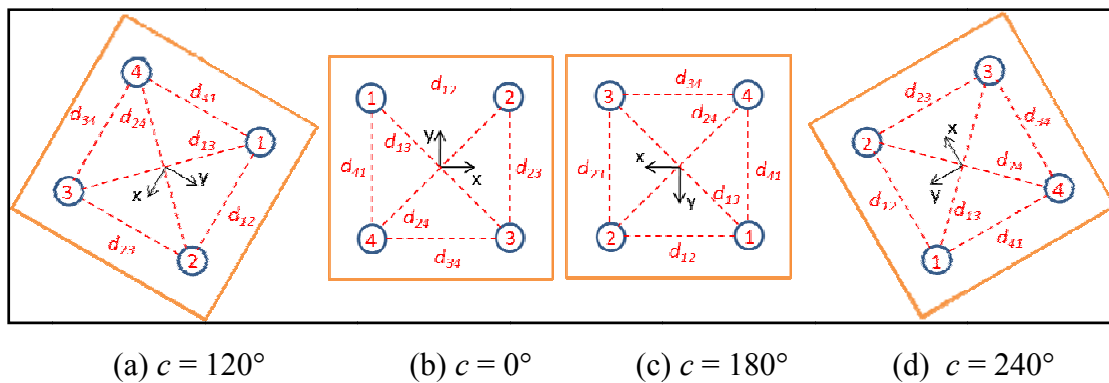
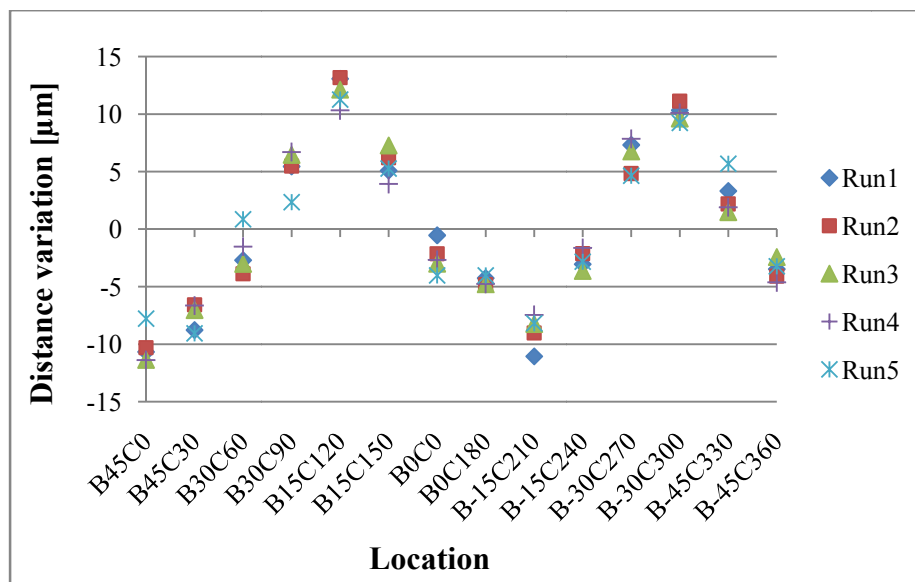


Figure A.7 Artefact locations during the tests.

Figure A.8 Variation of  $d_{13}$ .

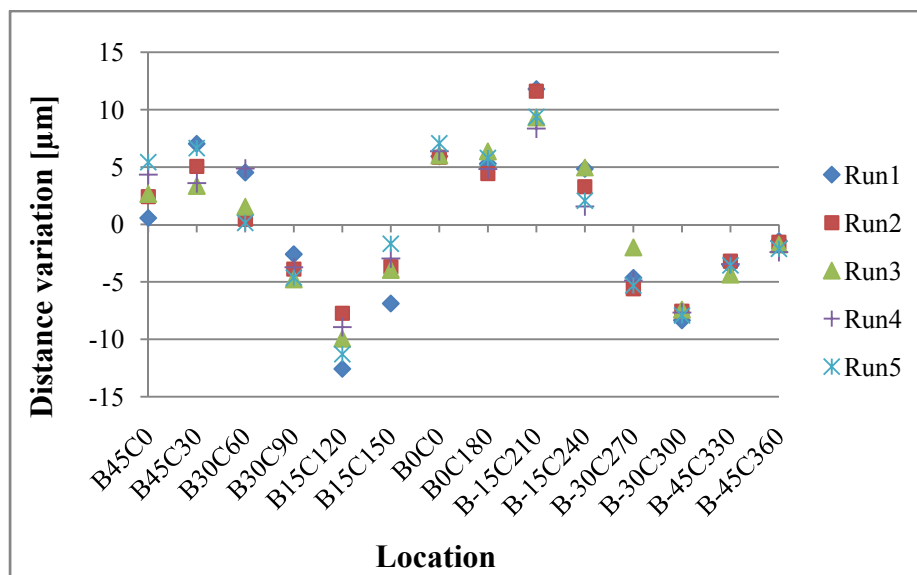


Figure A.9 Variation of  $d_{24}$ .

# **ANNEXE B – Link Error Estimation for Volumetric Distortion Error Prediction of a Five-Axis Machine by Probing an Uncalibrated Artefact**

Tibet Erkan and J. R. René Mayer

École Polytechnique de Montréal, Département de génie mécanique, C.P. 6079, Station Centre-ville, Montréal (QC), Canada, H3C 3A7

2<sup>nd</sup> International Process Machine Interactions (PMI) Conference, 2010, Vancouver, Canada

## **B.1 Abstract**

In this study, the volumetric errors of a five-axis machine are measured by on-machine probing of an uncalibrated ball artefact. A mathematical model is presented to estimate the machine's eight link errors simultaneously with the artefact and the probe setup errors using the measured volumetric errors. The estimated link and setup errors are used to predict the volumetric distortion errors at positions other than the ones used in the identification model. Tests are conducted on a five-axis horizontal machine. The results show that the artefact probing offers a simple way to estimate a machine model capable of predicting the volumetric distortion errors in the machine working volume on the basis of the machine link errors. The estimated model can predict 90% of the maximum volumetric distortion error.

*Keywords:* Machine tool; estimation; probing

## **B.2 Introduction**

Five-axis machine tools are fundamental elements in the machining of large and complex monolithic parts. They offer a significant reduction in the number of setups required by orienting the tool relative to the workpiece with usually three linear and two rotary axes. However, the presence of the additional rotary axes makes them more susceptible to alignment errors between

axes. Amongst the most important error sources of a five-axis machine are the link errors which are the errors of relative locations of the machine axes. These error sources are assumed not to vary with the machine command positions unlike the resulting volumetric errors.

A variety of instruments have been proposed in the literature to measure the volumetric errors of a five-axis machine for the purpose of link error estimation. A ‘3D probe-ball’ device was designed and a reduced mathematical model was developed to estimate the link errors of a five-axis machine [Lei and Hsu, 2002]. A mathematical analysis containing the rank, condition number and singular value decomposition of the Jacobian matrix was developed by Abbaszadeh-Mir et al. to select an optimum set of link error parameters. They performed simulations on telescoping magnetic double ball bar and concluded that for a five-axis machine tool there are eight independent link errors [Abbaszadeh-Mir et al., 2002]. Bringmann and Knapp also studied the model-based calibration of a five-axis machine. The measurements were performed using their ‘Chase-the-ball’ concept and the machine was calibrated with the identification of the link errors and some positioning errors which were accepted to be dominant [Bringmann and Knapp, 2006]. The eight link errors of a five-axis machine were estimated by Zargarbashi and Mayer with a single setup experiment using a ‘Capball’ sensor and a Chase-the-ball approach [Zargarbashi and Mayer, 2009].

Most machine tools now have on-machine probing capability which is usually used for part setup compensation. In this study, volumetric errors of a five-axis machine are measured by on-machine probing of an artefact. Section B.3 briefly presents the uncalibrated ball artefact. A mathematical model to estimate the machine tool’s link errors and the artefact and probe setup errors is given in Section B.4. Experimental results and validation are addressed in Section B.5 followed by a conclusion.

### **B.3 An uncalibrated ball artefact**

The artefact is assembled on the machine table and is composed of independent (unconnected) master balls mounted at the tips of rods of different lengths thus forming a 3D structure. One of the most important characteristics of the artefact is its reconfigurability. It is made of an adjustable number of master balls located within the machine working and probing envelop. The rods are screwed directly to the standard threaded fixturing holes of the machine table. Therefore,



the artefact can be built using the available space around a workpiece and its fixture thus potentially allowing normal production to coexist with the artefact.

With this design, handling, storage and transportation issues of pre-assembled artefacts are avoided. Care is limited to the need to maintain the sphericity and the surface quality of the master balls [Erkan et al., 2009]. Figure B.1 shows an artefact component and components mounted on a machine table forming a four-ball artefact. By its nature, the artefact is uncalibrated as its reconfigurability hinders precise knowledge of its geometry.

#### B.4 Mathematical model

The on-machine probing data consist of three Cartesian coordinates for each ball centre. However, as the artefact is uncalibrated they include artefact and probe setup errors as well as the machine errors. A mathematical model is developed in order to estimate the machine link errors simultaneously with the setup errors. Figure B.2 illustrates the kinematic chain and link and setup errors of a five-axis machine with WCBXFZYT topology.

If the  $X$ -axis is taken as the first element in the kinematic chain, the squareness of the  $Z$ -axis,  $\Delta\beta_Z$  with respect to the  $X$ -axis and the squarenesses of the  $Y$ -axis,  $\Delta\alpha_Y$  and  $\Delta\gamma_Y$  with respect to the  $Z$ - and the  $X$ -axis, respectively are the linear axes link errors. As for the rotary axes,  $B$ -axis has two orientation errors,  $\Delta\gamma_B$  and  $\Delta\alpha_B$  which are with respect to the  $X$ - and the  $Z$ -axis, respectively. Similarly,  $\Delta\alpha_C$  and  $\Delta\beta_C$  are the orientation errors of the  $C$ -axis with respect to the  $B$ - and the  $X$ -axis, respectively and a linear offset,  $\Delta x_C$  exists between the  $B$ - and the  $C$ -axis. Thus the eight link errors are three squarenesses between the linear axes, two orientations for each rotary axis and a linear offset between the rotary axes [Abbaszadeh-Mir et al., 2002]. The setup errors consist of three constant Cartesian errors,  $\Delta x_{wi}$ ,  $\Delta y_{wi}$  and  $\Delta z_{wi}$  for each of the master balls and another three,  $\Delta x_t$ ,  $\Delta y_t$  and  $\Delta z_t$  for the probe stylus tip.

In order to identify the error parameters shown in Figure B.2, a linear system of equations is formed:

$$\delta\tau = J \delta p \quad (B.1)$$

where  $J$  is the Jacobian matrix that expresses the sensitivity of the tool versus workpiece location  $\delta\tau$  to the error parameters  $\delta p$ . The Jacobian matrix is built using twist transformation matrices

which are generated from information contained in the homogenous transformation matrices (HTMs). An HTM representing the pose of frame  $i$  relative to frame  $j$  is given as

$${}^jT_i = \begin{bmatrix} {}^jR_i & {}^jP_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

where  $R$  and  $P$  are the rotation matrix (3x3) and the translation column vector (3x1), respectively. Using the HTM definition, a 6x6 twist transformation matrix can be written as [Abbaszadeh-Mir *et al.*, 2002]

$${}^iC_j = \begin{bmatrix} {}^jR_i^T & {}^jR_i^T [{}^{j,j}P_i \times]^T \\ 0 & 0 & 0 & {}^jR_i^T \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \end{bmatrix} \quad (B.3)$$

For the machine topology shown in Figure B.2, the sensitivity Jacobian matrix is

$$\{t\}_{,w}J = \begin{bmatrix} -{}^tC_F {}^wC_F^{-1} \cdot \{w\}_{,F}J & \{t\}_{,F}J \end{bmatrix} \quad (B.4)$$

where

$$\{w\}_{,F}J = \begin{bmatrix} {}^wC_F & {}^wC_X & {}^wC_B & {}^wC_C & {}^wC_w \end{bmatrix} \quad (B.5)$$

$$\{t\}_{,F}J = \begin{bmatrix} {}^tC_F & {}^tC_Z & {}^tC_Y & {}^tC_t \end{bmatrix} \quad (B.6)$$

and  ${}^wC$  and  ${}^tC$  are identity matrices ( $I_{6 \times 6}$ ). The columns of the Jacobian matrix which are neither relevant to link nor setup errors are omitted to form minimal complete Jacobian.

In Eq. (B.1)  $\delta\tau$  is the difference between the predicted ball positions, initially nominal ball positions and the probing results. It has  $3mn \times 1$  elements where  $m$  equals the number of artefact positions (relocalisations),  $n$  equals the number of balls and 3 stands for 3 measured ball centres' Cartesian offsets ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$  and  $\Delta z$ ) obtained by probing each ball.  $J$  is the  $3mn \times (8+3n+3)$  reduced Jacobian matrix where 8 stands for the eight link errors,  $\delta p$  is the link and setup error parameter column matrix with  $(8+3n+3) \times 1$  elements and can be estimated as follows:

$$\delta p = J^+ \delta\tau \quad (B.7)$$

where  $J^+$  is the pseudo-inverse of  $J$ .

The Newton iteration procedure is applied for the convergence of the error parameters. At the beginning of the iteration the parameters are taken as zeros. The identified parameters in the first iteration are then used to predict the tool versus workpiece positioning errors for the second iteration and the iteration continues until the norm of  $\delta p_i - \delta p_{i-1}$  converges to a threshold value.

Because there is no calibrated length on the artefact, the isotropic scaling errors (equal gain errors on all three linear axes) of the machine can be absorbed by the artefact geometry estimates during the co-calibration procedure [Sartori and Zhang, 1995]. In other words, the data are assumed to be in isotropic scale unit. Therefore, in this study the term volumetric distortion error is used instead of volumetric error.

## B.5 Experimental results

The experiments are conducted on the five-axis horizontal machine with WCBXFZYT topology illustrated in Figure B.2. The four-ball artefact shown in Figure B.1 is probed in fourteen locations  $(b=0^\circ, c=0^\circ)$ ;  $(b=45^\circ, c=0^\circ)$ ;  $(b=45^\circ, c=30^\circ)$ ;  $(b=30^\circ, c=60^\circ)$ ;  $(b=30^\circ, c=90^\circ)$ ;  $(b=15^\circ, c=120^\circ)$ ;  $(b=15^\circ, c=150^\circ)$ ;  $(b=0^\circ, c=180^\circ)$ ;  $(b=-15^\circ, c=210^\circ)$ ;  $(b=-15^\circ, c=240^\circ)$ ;  $(b=-30^\circ, c=270^\circ)$ ;  $(b=-30^\circ, c=300^\circ)$ ;  $(b=-45^\circ, c=330^\circ)$  and  $(b=-45^\circ, c=360^\circ)$ . The probing data are grouped in two sets of seven locations. The first set is used to estimate the link and setup errors while the other set of locations is reserved for the validation of the estimated parameters. The rotary axes positions for the relocalisation of the artefact used in the two sets are given in Table B.1. The estimation set includes the accessible limits of the  $B$ -axis,  $45^\circ$  and  $-45^\circ$  and the validation set includes middle positions,  $30^\circ$  and  $-30^\circ$  which are not present in the estimation set.

Table B.2 shows the estimated link errors. The setup errors are not given as they change from one artefact and probe mounting to another and are not associated to the machine. The largest link error parameter is the offset between the rotary axes. A study to measure the offset of the same machine using a reversal technique concluded that this value is equal to  $-119 \pm 3.6 \mu\text{m}$  within a 95 % level of confidence [Bisinella, 2010]. The squareness between the  $X$ - and the  $Y$ -axis  $\Delta\gamma_Y$  was measured directly with a squareness artefact as  $21.1 \mu\text{m/m}$  with a standard deviation of  $1.2 \mu\text{m/m}$ .

The prediction of the stylus tip position relative to each of the artefact's master ball positions is calculated using the HTMs of the tool and workpiece branches which include the machine

nominal axes' positions and error parameters. The volumetric distortion error at each master ball of the artefact is defined as

$$\varepsilon_i = P_{im} - P_i \quad (B.8)$$

where  $P_{im}$  and  $P_i$  are respectively the measured and the predicted positions of the  $i$ th ball.

As a primary analysis, the ball positions at seven validation relocalisations are predicted by introducing only the estimated setup error parameters in order to calculate the total volumetric distortion errors originating from the machine. The maximum Cartesian values of these errors at each relocalisation are given as measured volumetric distortion errors in Figure B.3. The maximum norm of the volumetric distortion error is  $117.29 \mu\text{m}$ . Then, both the link and the setup errors are included in the prediction. The maximum Cartesian values of these predicted volumetric distortion errors at each relocalisation are also shown in Figure B.3. Figure B.4 shows the maximum residual volumetric distortion errors at each validation relocalisation. The residual's maximum norm is  $12.24 \mu\text{m}$ . The results show that for this machine the link errors are dominant and can explain up to 90% of the total volumetric distortion error. The largest contributor to the volumetric distortion errors is the offset between the rotary axes.

In order to estimate the link error parameters of a five-axis machine a one-ball only artefact is sufficient. However, a four-ball artefact allows other types of volumetric analysis to be conducted [Erkan and Mayer, 2010]. An analysis of the uncertainty of the estimated parameters as a function of the number of balls should be conducted to determine if an improvement in the estimated parameters is obtained by using extra balls.

Once the link errors are correctly estimated, it becomes possible to envisage applying compensations to the machine command positions in order to reduce the volumetric distortion error of the machine tool.

## B.6 Conclusion

In this study, a mathematical model is presented to estimate a five-axis machine eight link errors simultaneously with the artefact and probe setup errors. The volumetric distortion errors are obtained by on-machine probing of an uncalibrated ball artefact. The estimated link and setup errors are used to predict the volumetric distortion errors at positions other than the ones used in

the identification model. The volumetric distortion error prediction capability of the link errors is 90% and the remaining unexplained maximum error is reduced from 117.29  $\mu\text{m}$  down to 12.24  $\mu\text{m}$  for the given machine at the given artefact locations. The results show that the artefact probing offers a simple and rapid way to estimate a machine model capable of predicting the volumetric distortion errors in the machine working volume on the basis of the machine link errors.

## B.7 Acknowledgements

This work was made possible through the financial support of Rene Mayer's NSERC Discovery Grant, industrial funding from Pratt & Whitney Canada and equipment purchased with the Canadian Foundation for Innovation Grant FCI-3000. The authors wish to thank Abel Chouinard for providing squareness validation measurements.

## B.8 References

**[Abbaszadeh-Mir et al., 2002]** Abbaszadeh-Mir, Y., Mayer, J.R.R., Cloutier, G., Fortin, C., 2002, Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar, *International Journal of Production Research*, 40/18:4781-97.

**[Bisinella, L. 2010]** Bisinella, L., 2010, Mesure de l'entraxe des axes rotatifs d'une fraiseuse à contrôle numérique et détermination de l'incertitude de mesure, Undergraduate project report, supervised by J.R.R. Mayer, École Polytechnique de Montréal, Qc, Canada.

**[Bringmann and Knapp, 2006]** Bringmann, B., Knapp, W., 2006, Model-based 'Chase-the-Ball' calibration of a 5-axes machining center, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 55/1:531-4.

**[Erkan et al., 2009]** Erkan, T., Mayer, R., Dupont, Y., 2009, Reconfigurable uncalibrated 3D ball artefact for five-axis machine volumetric check, *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference and Exhibition on laser metrology, machine tool, CMM and robotic performance LAMDAMAP 2009*, pp. 19-27, London, UK.

**[Erkan and Mayer, 2010]** Erkan, T., Mayer, J.R.R., 2010, A cluster analysis applied to volumetric errors of five-axis machine tools obtained by probing an uncalibrated artefact, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, Article in press, <http://dx.doi.org/10.1016/j.cirp.2010.03.129>

**[Lei and Hsu, 2002]** Lei, W.T., Hsu, Y.Y., 2002, Accuracy test of five-axis CNC machine tool with 3D probe-ball. Part II: errors estimation, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42/10:1163-70.

**[Sartori and Zhang, 1995]** Sartori, S., Zhang, G.X., 1995, Geometric error measurement and compensation of machines, *Annals of the CIRP*, 44/5:599-609.

**[Zargarbashi and Mayer, 2009]** Zargarbashi, S.H.H., Mayer, J.R.R., 2009, Single setup estimation of a five-axis machine tool eight link errors by programmed end point constraint and on the fly measurement with Capball sensor, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 49/10:759-66.

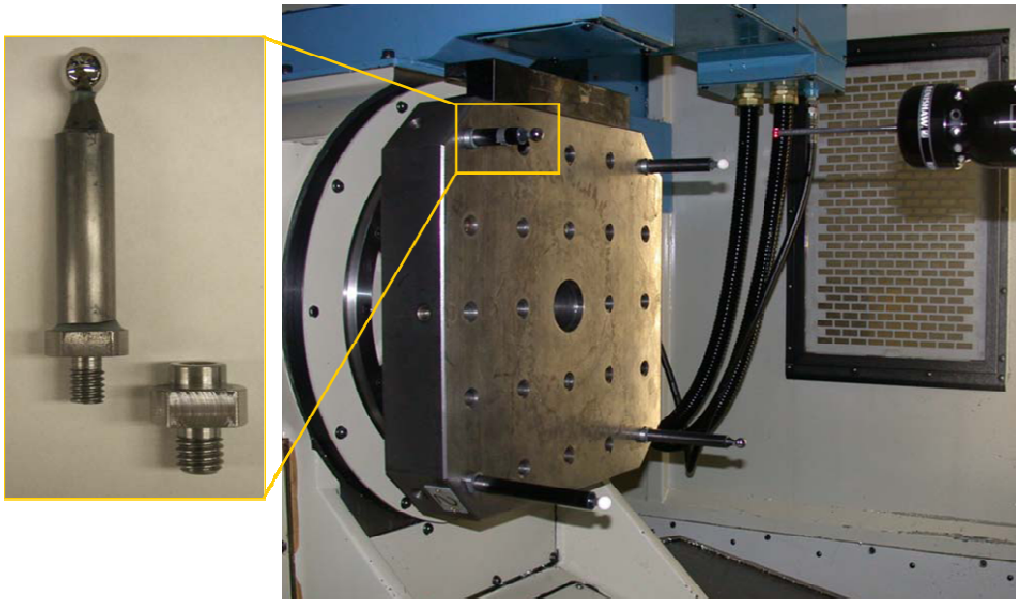


Figure B.1 Artefact component and a four-ball artefact.

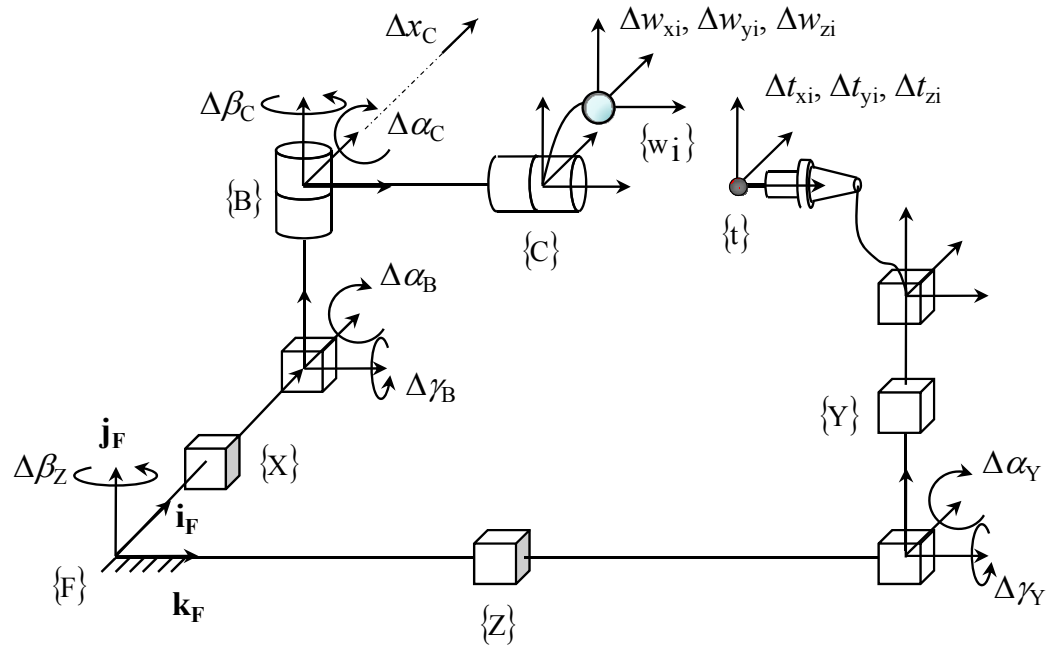


Figure B.2 Link and setup errors of a five-axis machine with WCBXFZYT topology.



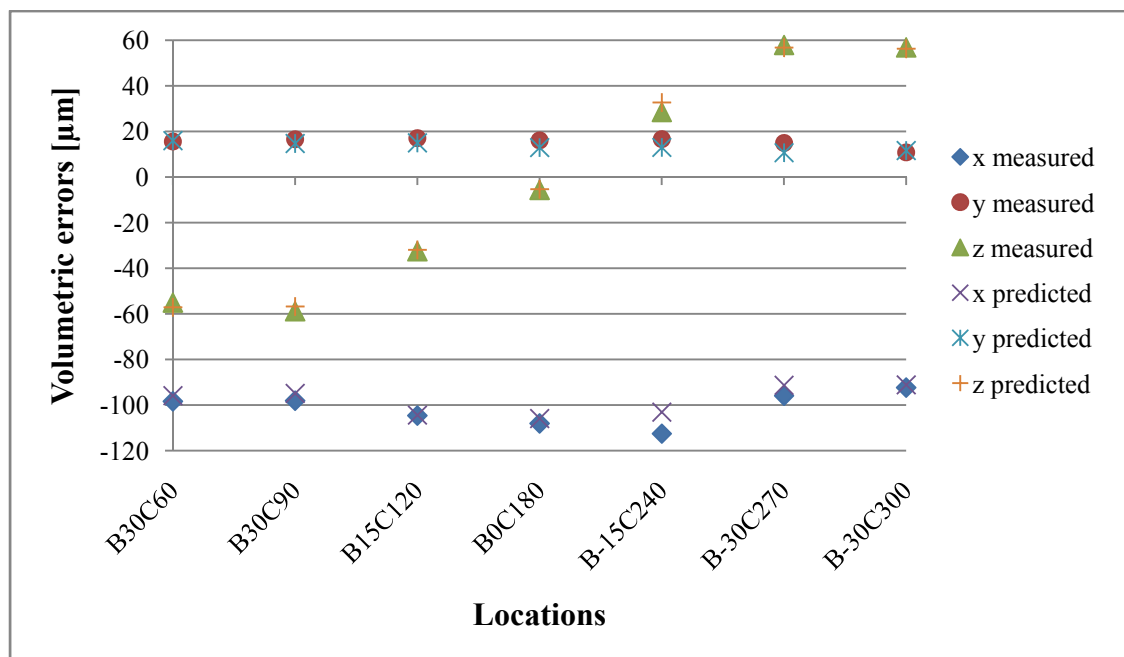


Figure B.3 Measured and predicted volumetric distortion errors using the estimated link error parameters (the estimated setup parameters are omitted from both data sets).

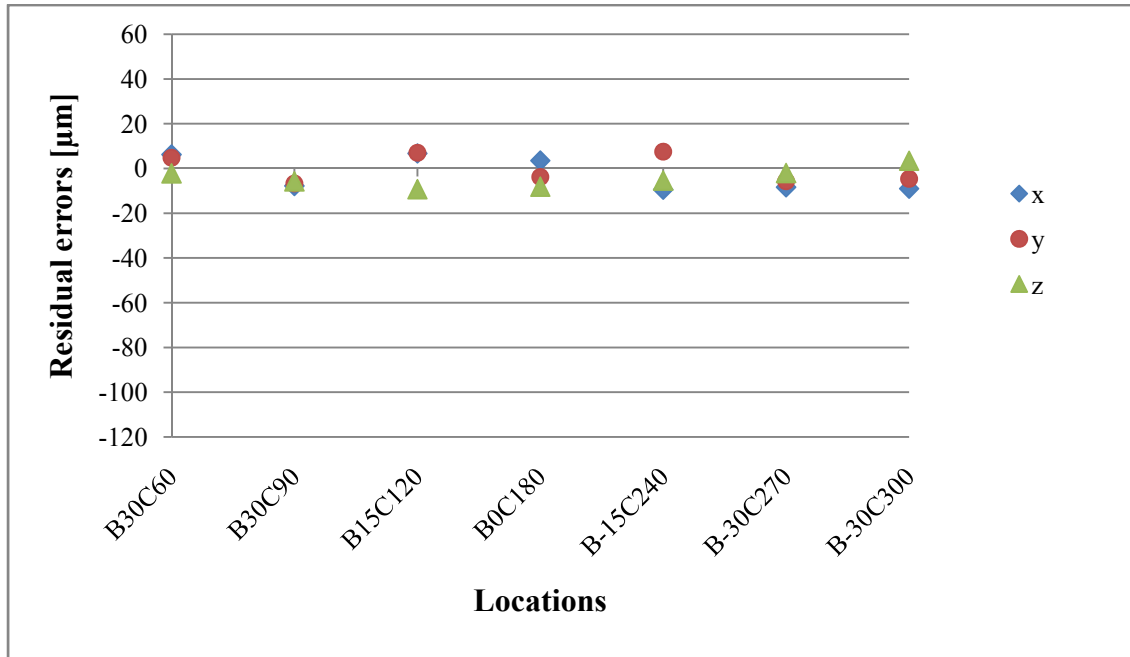


Figure B.4 Residual volumetric distortion errors (the estimated link and setup errors are omitted).

Table B.1 Rotary axes positions for the relocalisation.

Estimation set		Validation set	
$B$ [°]	$C$ [°]	$B$ [°]	$C$ [°]
0	0	30	60
45	0	30	90
45	30	15	120
15	150	0	180
−15	210	−15	240
−45	330	−30	270
−45	360	−30	300

Table B.2 Estimated link errors.

Parameter	Value
Squareness ZX ( $\Delta\beta_Z$ )	−12 $\mu\text{m/m}$
Squareness YZ ( $\Delta\alpha_Y$ )	−24 $\mu\text{m/m}$
Squareness YX ( $\Delta\gamma_Y$ )	17 $\mu\text{m/m}$
Orientation BX ( $\Delta\gamma_B$ )	−23 $\mu\text{m/m}$
Orientation BZ ( $\Delta\alpha_B$ )	2 $\mu\text{m/m}$
Orientation CB ( $\Delta\alpha_C$ )	−19 $\mu\text{m/m}$
Orientation CX ( $\Delta\beta_C$ )	26 $\mu\text{m/m}$
Offset CB ( $\Delta x_C$ )	−106 $\mu\text{m}$